Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = 5u_n - 8n + 6.$$

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Soit n un entier naturel.

   Recopier et compléter la fonction `suite_u` d'argument `n` ci-dessous, écrite en langage Python, afin qu'elle retourne la valeur de u_n.

```
def suite_u(n) :
    u = ...
    for i in range(1,n+1) :
        u = ...
    return u
```

3. (a) Démontrer par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant 2n$.

   (b) En déduire la limite de la suite (u_n).

   (c) Soit $p \in \mathbb{N}^*$. Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe au moins un entier n_0 tel que, pour tout entier naturel n vérifiant, $n \geqslant n_0$, $u_n \geqslant 10^p$?
4. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
5. On considère la suite (v_n), définie pour tout $n \in \mathbb{N}$, par $v_n = u_n - 2n + 1$.

   (a) En dessous de la fonction `suite_u` précédente, on a écrit la fonction `suite_v` ci-dessous :

```
def suite_v(n):
    L = []
    for i in range(n+1) :
        L.append(suite_u(i) - 2*i + 1)
    return L
```

   La commande L.append permet de rajouter, en dernière position, un élément dans la liste L.

   Lorsqu'on saisit `suite_v(5)` dans la console, on obtient l'affichage suivant :

```
>>> suite_v(5)
[1, 5, 25, 125, 625, 3125]
```

   Conjecturer, pour tout entier naturel n, l'expression de v_{n+1} en fonction de v_n.

   Démontrer cette conjecture.

   (b) En déduire, pour tout entier naturel n, la forme explicite de u_n en fonction de n.