Les parties A *et* B *peuvent être traitées indépendamment*

Partie A

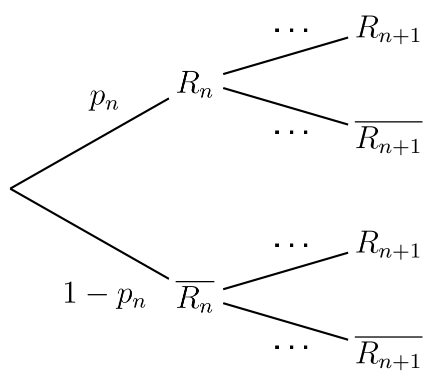
Chaque jour, un athlète doit sauter une haie en fin d'entraînement. Son entraîneur estime, au vu de la saison précédente que

- si l'athlète franchit la haie un jour, alors il la franchira dans $90\,\%$ des cas le jour suivant ;
- si l'athlète ne franchit pas la haie un jour, alors dans $70\,\%$ des cas il ne la franchira pas non plus le lendemain.

On note pour tout entier naturel n :

- R_n l'évènement : L'athlète réussit à franchir la haie lors de la n-ième séance ,
- p_n la probabilité de l'évènement R_n. On considère que $p_0 = 0,6$.

1. Soit n un entier naturel, recopier l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Justifier en vous aidant de l'arbre que, pour tout entier naturel n, on a :

$$p_{n+1} = 0,6p_n + 0,3.$$

3. On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier naturel n, par $u_n = p_n - 0,75$.

   (a) Démontrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   (b) Démontrer que, pour tout entier n naturel n :

   $$p_n = 0,75 - 0,15 \times 0,6^n.$$

   (c) En déduire que la suite (p_n) est convergente et déterminer sa limite ℓ.

   (d) Interpréter la valeur de ℓ dans le cadre de l'exercice.

Partie B

Apres de nombreuses séances d'entraînement, l'entraineur estime maintenant que l'athlète franchit chaque haie avec une probabilité de $0,75$ et ce indépendamment d'avoir franchi ou non les haies précédentes.

On note X la variable aléatoire qui donne le nombre de haies franchies par l'athlète à l'issue d'un 400 mètres haies qui comporte 10 haies,

1. Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X.
2. Déterminer, à 10^{-3} près, la probabilité que l'athlète franchisse les 10 haies.
3. Calculer $p(X \geqslant 9)$, à 10^{-3} près,