Partie A

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 400$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = 0,9u_n + 60.$$

1. (a) Calculer u_1 et u_2.

   (b) Conjecturer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

2. Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a l'inégalité

$$0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 600.$$

3. (a) Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente.

   (b) Déterminer la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. Justifier.

4. On donne une fonction écrite en langage Python :

```
def mystere(seuil):
    n=0
    u=400
    while u <= seuil :
        n = n+1
        u = 0.9*u+60
    return n
```

Quelle valeur obtient-on en tapant dans la console de Python: mystere (500) ?

Partie B

Un arboriculteur possède un verger dans lequel il a la place de cultiver au maximum 500 arbres. Chaque année il vend 10 % des arbres de son verger et puis il replante 60 nouveaux arbres.

Le verger compte 400 arbres en 2023.

L'arboriculteur pense qu'il pourra continuer à vendre et à planter les arbres au même rythme pendant les années à venir.

Va-t-il être confronté à un problème de place dans son verger ? Expliquer votre réponse.