L'espace est muni d'un repère orthonormée $\left(O ; \overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$.
On considère:

- d_1 la droite passant par le point H(2 ; 3 ; 0) et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}1\\-1\\1\end{pmatrix}$;
- d_2 la droite de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & 2k-3 \\ y & = & k \\ z & = & 5 \end{array}\right. \quad \text{où } k \text{ décrit } \mathbb{R}.$$

Le but de cet exercice est de déterminer une représentation paramétrique d'une droite Δ qui soit perpendiculaire aux droites d_1 et d_2.

1. (a) Déterminer un vecteur directeur $\overrightarrow{v}$ de la droite d_2.
   (b) Démontrer que les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles.
   (c) Démontrer que les droites d_1 et d_2 ne sont pas sécantes.
   (d) Quelle est la position relative des droites d_1 et d_2 ?
2. (a) Vérifier que le vecteur $\overrightarrow{w}\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$ est orthogonal à $\overrightarrow{u}$ et à $\overrightarrow{v}$.
   (b) On considère le plan P passant par le point H et dirigé par les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{w}$.
   On admet qu'une équation cartésienne de ce plan est :
   $$5x+4y-z-22=0.$$
   Démontrer que l'intersection du plan P et de la droite d_2 est le point M(3 ; 3 ; 5).
3. Soit Δ la droite de vecteur directeur $\overrightarrow{w}$ passant par le point M.
   Une représentation paramétrique de Δ est donc donnée par:
   $$\left\{\begin{array}{lcl} x & = & -r+3 \\ y & = & 2r+3 \\ z & = & 3r+5 \end{array}\right. \quad \text{où } r \text{ décrit } \mathbb{R}.$$
   (a) Justifier que les droites Δ et d_1 sont perpendiculaires en un point L dont on déterminera les coordonnées.
   (b) Expliquer pourquoi la droite Δ est solution du problème posé.