

Une entreprise a créé une Foire Aux Questions (FAQ) sur son site internet.

On étudie le nombre de questions qui y sont posées chaque mois.

Partie A : Première modélisation

Dans cette partie, on admet que, chaque mois :

- 90 % des questions déjà posées le mois précédent sont conservées sur la FAQ ;
- 130 nouvelles questions sont ajoutées à la FAQ.

Au cours du premier mois, 300 questions ont été posées.

Pour estimer le nombre de questions, en centaines, présentes sur la FAQ le n -ième mois, on modélise la situation ci-dessus à l'aide de la suite (u_n) définie par :

$$u_1 = 3 \quad \text{et, pour tout entier naturel } n \geq 1, \quad u_{n+1} = 0,9u_n + 1,3.$$

- Calculer u_2 et u_3 et proposer une interprétation dans le contexte de l'exercice.
- Montrer par récurrence que pour tout entier naturel $n \geq 1$:

$$u_n = 13 - \frac{100}{9} \times 0,9^n.$$

- En déduire que la suite (u_n) est croissante.
- On considère le programme ci-contre, écrit en langage Python.
Déterminer la valeur renvoyée par la saisie de `seuil(8.5)` et l'interpréter dans le contexte de l'exercice.

```
def seuil(p) :
    n=1
    u=3
    while u<=p :
        n=n+1
        u=0.9*u+1.3
    return n
```

Partie B : Une autre modélisation

Dans cette partie, on considère une seconde modélisation à l'aide d'une nouvelle suite (v_n) définie pour tout entier naturel $n \geq 1$ par :

$$v_n = 9 - 6 \times e^{-0,19 \times (n-1)}.$$

Le terme v_n est une estimation du nombre de questions, en centaines, présentes le n -ième mois sur la FAQ.

- Préciser les valeurs arrondies au centième de v_1 et v_2 .
- Déterminer, en justifiant la réponse, la plus petite valeur de n telle que $v_n > 8,5$.

Partie C : Comparaison des deux modèles

- L'entreprise considère qu'elle doit modifier la présentation de son site lorsque plus de 850 questions sont présentes sur la FAQ.
Parmi ces deux modélisations, laquelle conduit à procéder le plus tôt à cette modification ?
Justifier votre réponse.
- En justifiant la réponse, pour quelle modélisation y a-t-il le plus grand nombre de questions sur la FAQ à long terme?