Partie A

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = \ln\left(x^2\right) + x - 2$$

1. Déterminer les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition.
2. On admet que la fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
   Étudier les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
3. (a) Démontrer qu'il existe un unique réel strictement positif α tel que $g(\alpha) = 0$.
   (b) Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.
4. En déduire le tableau de signe de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.

Partie B

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par:

$$f(x) = \frac{(x-2)}{x}\ln(x).$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. (a) Déterminer la limite de la fonction f en 0.
   (b) Interpréter graphiquement le résultat.
2. Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.
3. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
   Montrer que pour tout réel x strictement positif, on a $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$.
4. En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$,

Partie C

Étudier la position relative de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de la courbe représentative de la fonction $\ln$ sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.