

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé d'unité 1 cm, on considère les points

$$D(3 ; 1 ; 5), \quad E(3 ; -2 ; -1), \quad F(-1 ; 2 ; 1), \quad G(3 ; 2 ; -3).$$

1. (a) Déterminer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{EF}$  et  $\overrightarrow{FG}$ .  
(b) Justifier que les points E, F et G ne sont pas alignés.
2. (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (FG).  
(b) On appelle H le point de coordonnées  $(2 ; 2 ; -2)$ .  
Vérifier que H est le projeté orthogonal de E sur la droite (FG) .  
(c) Montrer que l'aire du triangle EFG est égale à  $12 \text{ cm}^2$ .
3. (a) Démontrer que le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan (EFG).  
(b) Déterminer une équation cartésienne du plan (EFG) .  
(c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (d) passant par le point D et orthogonale au plan (EFG) .  
(d) On note K le projeté orthogonal du point D sur le plan (EFG).  
À l'aide des questions précédentes, calculer les coordonnées du point K.
4. (a) Vérifier que la distance  $DK$  est égale à 5 cm.  
(b) En déduire le volume du tétraèdre DEFG.