

L'espace est muni d'un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On considère les points

$$A(3 ; 0 ; 1), \quad B(2 ; 1 ; 2) \quad \text{et} \quad C(-2 ; -5 ; 1).$$

1. Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.
2. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
3. Vérifier que le plan (ABC) a pour équation cartésienne:

$$-x + y - 2z + 5 = 0.$$

4. On considère le point  $S(1 ; -2 ; 4)$ .

Déterminer la représentation paramétrique de la droite  $(\Delta)$ , passant par S et orthogonale au plan (ABC).

5. On appelle H le point d'intersection de la droite  $(\Delta)$  et du plan (ABC).

Montrer que les coordonnées de H sont  $(0 ; -1 ; 2)$ .

6. Calculer la valeur exacte de la distance SH.

7. On considère le cercle  $\mathcal{C}$ , inclus dans le plan (ABC), de centre H, passant par le point B. On appelle  $\mathcal{D}$  le disque délimité par le cercle  $\mathcal{C}$ .

Déterminer la valeur exacte de l'aire du disque  $\mathcal{D}$ .

8. En déduire la valeur exacte du volume du cône de sommet S et de base le disque  $\mathcal{D}$ .