

Les parties **A** et **B** sont indépendantes.

Les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Pour aider à la détection de certaines allergies, on peut procéder à un test sanguin dont le résultat est soit positif, soit négatif.

Dans une population, ce test donne les résultats suivants :

- Si un individu est allergique, le test est positif dans 97 % des cas;
- Si un individu n'est pas allergique, le test est négatif dans 95,7 % des cas.

Par ailleurs, 20 % des individus de la population concernée présentent un test positif.

On choisit au hasard un individu dans la population, et on note :

- A l'évènement l'individu est allergique ;
- T l'évènement l'individu présente un test positif .

On notera \bar{A} et \bar{T} les évènements contraires de A et T . On appelle par ailleurs x la probabilité de l'évènement A : $x = p(A)$.

Partie A

1. Reproduire et compléter l'arbre ci-contre décrivant la situation, en indiquant sur chaque branche la probabilité correspondante.

2. (a) Démontrer l'égalité : $p(T) = 0,927x + 0,043$.

(b) En déduire la probabilité que l'individu choisi soit allergique.

3. Justifier par un calcul l'affirmation suivante :

Si le test d'un individu choisi au hasard est positif, il y a plus de 80 % de chances que cet individu soit allergique .

Partie B

On réalise une enquête sur les allergies dans une ville en interrogeant 150 habitants choisis au hasard, et on admet que ce choix se ramène à des tirages successifs indépendants avec remise.

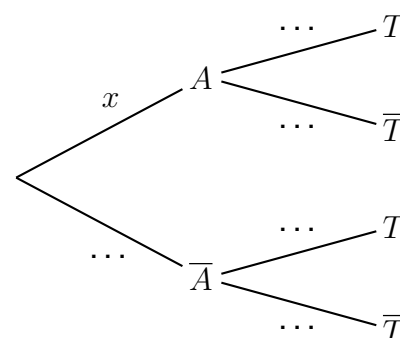
On sait que la probabilité qu'un habitant choisi au hasard dans cette ville soit allergique est égale à 0,08.

On note X la variable aléatoire qui à un échantillon de 150 habitants choisis au hasard associe le nombre de personnes allergiques dans cet échantillon.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable aléatoire X ?

Préciser ses paramètres.

2. Déterminer la probabilité que 20 personnes exactement parmi les 150 interrogées soient allergiques.



3. Déterminer la probabilité qu'au moins 10 % des personnes parmi les 150 interrogées soient allergiques.