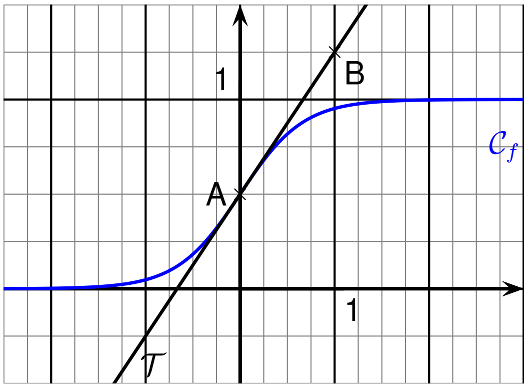
On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = \frac{1}{1+\mathrm{e}^{-3x}}.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.
On nomme A le point de coordonnées $\left(0\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ et B le point de coordonnées $\left(1\ ;\ \frac{5}{4}\right)$.
On a tracé ci-dessous la courbe $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{T}$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $0$.




**Partie A : lectures graphiques**

Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer l'équation réduite de la tangente $\mathcal{T}$.
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction $f$ semble convexe ou concave.

**Partie B : étude de la fonction**

1. On admet que la fonction $f$ est dérivable sur $\mathbb{R}$.
   Déterminer l'expression de sa fonction dérivée $f'$.
2. Justifier que la fonction $f$ est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
3. (a) Déterminer la limite en $+\infty$ de la fonction $f$.
   (b) Déterminer la limite en $-\infty$ de la fonction $[$.
4. Déterminer la valeur exacte de la solution $\alpha$ de l'équation $f(x) = 0,99$.

**Partie C : Tangente et convexité**

1. Déterminer par le calcul une équation de la tangente $\mathcal{T}$ à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $0$.

   On admet que la fonction $f$ est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.

   On note $f''$ la fonction dérivée seconde de la fonction $f$.

   On admet que $f''$ est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f''(x) = \frac{9\mathrm{e}^{-3x}\left(\mathrm{e}^{-3x} - 1\right)}{\left(1 + \mathrm{e}^{-3x}\right)^3}.$$

2. Étudier le signe de la fonction $f''$ sur $\mathbb{R}$.

3. (a) Indiquer, en justifiant, sur quel(s) intervalle(s) la fonction $f$ est convexe.

   (b) Que représente le point A pour la courbe $\mathcal{C}_f$ ?

   (c) En déduire la position relative de la tangente $\mathcal{T}$ et de la courbe $\mathcal{C}_f$.
   Justifier la réponse.

🚀 Retrouve des milliers d'exercices corrigés sur galilee.ac



MathALÉA