L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$.
On considère :

- le point A$(1 ; -1 ; -1)$;
- le plan $\mathcal{P}_1$, d'équation : $5x + 2y + 4z = 17$;
- le plan $\mathcal{P}_2$ d'équation : $10x + 14y + 3z = 19$;
- la droite $\mathcal{D}$ de représentation paramétrique :

$$\left\{\begin{array}{lll} x & = & 1 + 2t \\ y & = & -t \\ z & = & 3 - 2t \end{array}\right. \quad \text{où } t \text{ décrit } \mathbb{R}.$$

1. Justifier que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ ne sont pas parallèles.
2. Démontrer que $\mathcal{D}$ est la droite d'intersection de $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.
3. (a) Vérifier que A n'appartient pas à $\mathcal{P}_1$.
   (b) Justifier que A n'appartient pas à $\mathcal{D}$.
4. Pour tout réel t, on note M le point de $\mathcal{D}$ de coordonnées $(1 + 2t ; -t ; 3 - 2t)$.
   On considère alors la fonction f qui à tout réel t associe AM^2, soit $f(t) = \text{A}M^2$.
   (a) Démontrer que pour tout réel t, on a: $f(t) = 9t^2 - 18t + 17$.
   (b) Démontrer que la distance AM est minimale lorsque M a pour coordonnées $(3 ; -1 ; 1)$.
5. On note H le point de coordonnées $(3 ; -1 ; 1)$.
   Démontrer que la droite (AH) est perpendiculaire à $\mathcal{D}$.