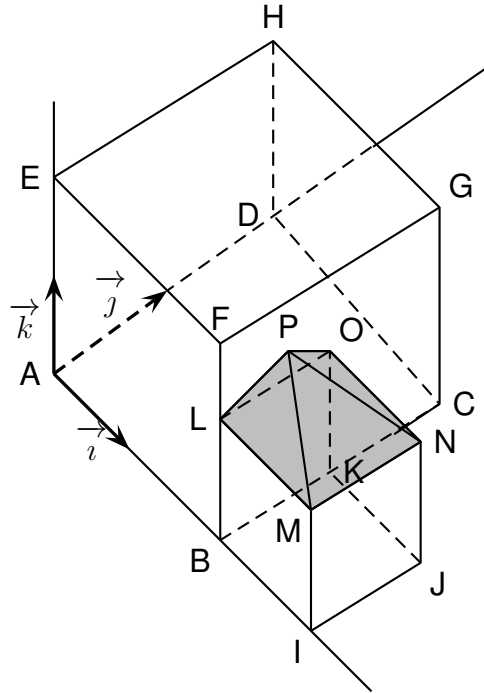


La figure ci-dessous correspond à la maquette d'un projet architectural.

Il s'agit d'une maison de forme cubique (ABCDEFGH) accolée à un garage de forme cubique (BIJKLMNO) où L est le milieu du segment [BF] et K est le milieu du segment [BC].

Le garage est surmonté d'un toit de forme pyramidale (LMNOP) de base carrée LMNO et de sommet P positionné sur la façade de la maison.



On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, avec $\vec{i} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

- Par lecture graphique, donner les coordonnées des points H, M et N.
 - Déterminer une représentation paramétrique de la droite (HM).
- L'architecte place le point P à l'intersection de la droite (HM) et du plan (BCF).

Montrer que les coordonnées de P sont $\left(2; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

- Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{PM} \cdot \overrightarrow{PN}$.
 - Calculer la distance PM.

On admet que la distance PN est égale à $\frac{\sqrt{11}}{3}$.

- Pour satisfaire à des contraintes techniques, le toit ne peut être construit que si l'angle \widehat{MPN} ne dépasse pas 55° .

Le toit pourra-t-il être construit ?

- Justifier que les droites (HM) et (EN) sont sécantes.

Quel est leur point d'intersection ?