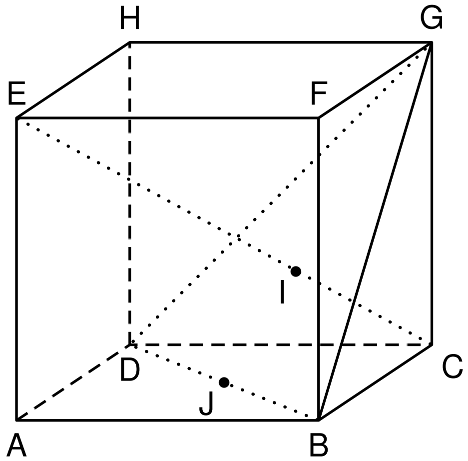
On considère le cube ABCDEFGH d'arête 1.
On appelle I le point d'intersection du plan (GBD) avec la droite (EC).
L'espace est rapporté au repère orthonormé $\left(\mathrm{A} ; \overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AD}}, \overrightarrow{\mathrm{AE}}\right)$.



1. Donner dans ce repère les coordonnées des points E, C, G.
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EC).
3. Démontrer que la droite (EC) est orthogonale au plan (GBD).
4. (a) Justifier qu'une équation cartésienne du plan (GBD) est :

$$x + y - z - 1 = 0.$$

   (b) Montrer que le point I a pour coordonnées $\left(\frac{2}{3} ; \frac{2}{3} ; \frac{1}{3}\right)$.

   (c) En déduire que la distance du point E au plan (GBD) est égale à $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
5. (a) Démontrer que le triangle BDG est équilatéral.

   (b) Calculer l'aire du triangle BDG.
   On pourra utiliser le point J, milieu du segment [BD].
6. Justifier que le volume du tétraèdre EGBD est égal à $\frac{1}{3}$.

   On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par $V = \frac{1}{3}Bh$ où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est la hauteur relative à cette base.