

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = \frac{1 + 5^n}{2 + 3^n}.$$

Affirmation 1 : La suite (u_n) converge vers $\frac{5}{3}$.

2. On considère la suite (w_n) définie par:

$$w_0 = 0 \text{ et, pour tout entier naturel } n, w_{n+1} = 3w_n - 2n + 3.$$

Affirmation 2 : Pour tout entier naturel n , $w_n \geq n$.

3. On considère la fonction f définie sur $]0 ; +\infty[$ dont la courbe représentative \mathcal{C}_f est donnée dans un repère orthonormé sur la figure (Fig. 1) en page suivante.

On précise que:

- T est la tangente à \mathcal{C}_f au point A d'abscisse 8 ;
- L'axe des abscisses est la tangente horizontale à \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.

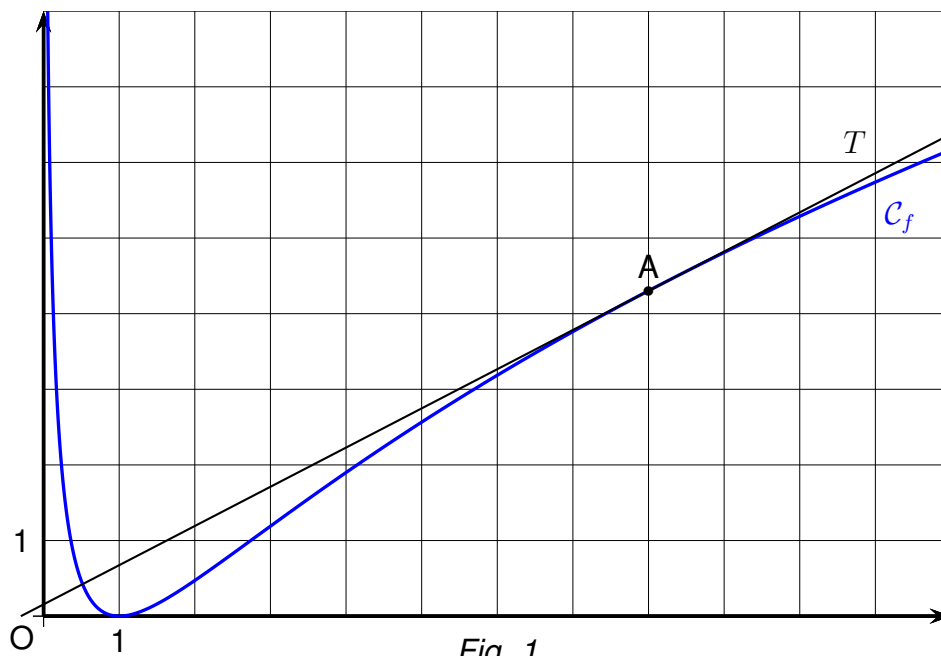


Fig. 1

Affirmation 3 : D'après le graphique, la fonction f est convexe sur son ensemble de définition.

4. **Affirmation 4 :** Pour tout réel $x > 0$, $\ln(x) - x + 1 \leq 0$, où \ln désigne la fonction logarithme népérien.