

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace.

On considère les points $A(1; 0; 3)$, $B(-2; 1; 2)$ et $C(0; 3; 2)$.

1. (a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

(b) Soit \vec{n} le vecteur de coordonnées $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$. Vérifier que le vecteur \vec{n} est orthogonal au plan (ABC).

(c) En déduire que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne
 $-x + y + 4z - 11 = 0$.

On considère le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $3x - 3y + 2z - 9 = 0$ et le plan \mathcal{P}' d'équation cartésienne
 $x - y - z + 2 = 0$.

2. (a) Démontrer que les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont sécants. On note (d) leur droite d'intersection.

(b) Déterminer si les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont perpendiculaires.

3. Montrer que la droite (d) est dirigée par le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

4. Montrer que le point $M(2; 1; 3)$ appartient aux plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' . En déduire une représentation paramétrique de la droite (d) .

5. Montrer que la droite (d) est aussi incluse dans le plan (ABC).

Que peut-on dire des trois plans (ABC), \mathcal{P} et \mathcal{P}' ?