

On se place dans un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace.

On considère les points  $A(1 ; 0 ; 3)$ ,  $B(-2 ; 1 ; 2)$  et  $C(0 ; 3 ; 2)$ .

1. (a) Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

(b) Soit  $\vec{n}$  le vecteur de coordonnées  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$ . Vérifier que le vecteur  $\vec{n}$  est orthogonal au plan (ABC).

(c) En déduire que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne

$$-x + y + 4z - 11 = 0.$$

On considère le plan  $\mathcal{P}$  d'équation cartésienne  $3x - 3y + 2z - 9 = 0$  et le plan  $\mathcal{P}'$  d'équation cartésienne  $x - y - z + 2 = 0$ .

2. (a) Démontrer que les plans  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$  sont sécants. On note  $(d)$  leur droite d'intersection.

(b) Déterminer si les plans  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$  sont perpendiculaires.

3. Montrer que la droite  $(d)$  est dirigée par le vecteur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

4. Montrer que le point  $M(2 ; 1 ; 3)$  appartient aux plans  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$ . En déduire une représentation paramétrique de la droite  $(d)$ .

5. Montrer que la droite  $(d)$  est aussi incluse dans le plan (ABC).

Que peut-on dire des trois plans (ABC),  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{P}'$  ?