

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère :

- α un réel quelconque ;
- les points $A(1 ; 1 ; 0)$, $B(2 ; 1 ; 0)$ et $C(\alpha ; 3 ; \alpha)$;
- (d) la droite dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = -t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée. Une réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

Affirmation 1 : Pour toutes les valeurs de α , les points A , B et C définissent un plan et un vecteur normal à ce plan est $\vec{j} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Affirmation 2 : Il existe exactement une valeur de α telle que les droites (AC) et (d) soient parallèles.

Affirmation 3 : Une mesure de l'angle \widehat{OAB} est 135° .

Affirmation 4 : Le projeté orthogonal du point A sur la droite (d) est le point $H(1 ; 2 ; 2)$.

Affirmation 5 : La sphère de centre O et de rayon 1 rencontre la droite (d) en deux points distincts.

On rappelle que la sphère de centre Ω et de rayon r est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance r de Ω .