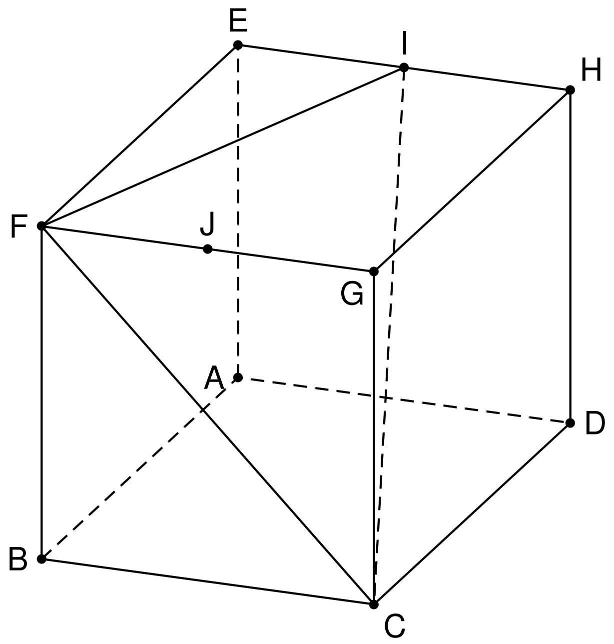
On considère le cube ABCDEFGH.

On note I le milieu du segment[EH] et on considère le triangle CFI.

L'espace est muni du repère orthonormé $\left(\text{A} ; \overrightarrow{\text{AB}}, \overrightarrow{\text{AD}}, \overrightarrow{\text{AE}}\right)$ et on admet que le point I a pour coordonnées $\left(0 ; \frac{1}{2} ; 1\right)$ dans ce repère.



1. (a) Donner sans justifier les coordonnées des points C, F et G.

   (b) Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\2\\2\end{pmatrix}$ est normal au plan (CFI).

   (c) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (CFI) est : $x + 2y + 2z - 3 = 0$.

2. On note d la droite passant par G et orthogonale au plan (CFI).

   (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite d.

   (b) Démontrer que le point K$\left(\frac{7}{9} ; \frac{5}{9} ; \frac{5}{9}\right)$ est le projeté orthogonal du point G sur le plan (CFI).

   (c) Déduire des questions précédentes que la distance du point G au plan (CFI) est égale à $\frac{2}{3}$.

3. On considère la pyramide GCFI.

   On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule

$$V = \frac{1}{3} \times b \times h,$$

   où b est l'aire d'une base et h la hauteur associée à cette base.

   (a) Démontrer que le volume de la pyramide GCFI est égal à $\frac{1}{6}$, exprimé en unité de volume.

(b) En déduire l'aire du triangle CFI, en unité d'aire.

[5][u][0]4