

Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes les unes des autres.

Question 1

1. On considère l'équation différentielle :

$$(E) : y' + 100y = 8.$$

Déterminer la solution v définie sur $[0 ; +\infty[$ de cette équation différentielle, qui vérifie la condition initiale $v(0) = 0$.

2. La fonction v déterminée à la question précédente modélise la vitesse (exprimée en m.s^{-1}) de chute d'une bille dans un liquide visqueux en fonction du temps t écoulé depuis le début de la chute (exprimé en s).

Déterminer la vitesse, arrondie à $0,001 \text{ m.s}^{-1}$, de la bille après $0,01$ seconde de chute.

Question 2

Rappel : pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :

- $\cos(a + b) = \cos(a) \cos(b) - \sin(a) \sin(b)$
- $\cos(a - b) = \cos(a) \cos(b) + \sin(a) \sin(b)$
- $\sin(a + b) = \sin(a) \cos(b) + \cos(a) \sin(b)$
- $\sin(a - b) = \sin(a) \cos(b) - \cos(a) \sin(b)$

La tension u (exprimée en volt) aux bornes d'un dipôle en fonction du temps t (exprimé en seconde) est donnée par :

$$u(t) = \frac{7\sqrt{3}}{4} \cos(100t) - \frac{7}{4} \sin(100t).$$

1. Transformer l'écriture de u sous la forme $u(t) = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$ où :

- U_{\max} représente la tension maximale (exprimée en V) ;
- ω représente la pulsation (exprimée en rad.s^{-1}) ;
- φ représente le déphasage (exprimé en rad).

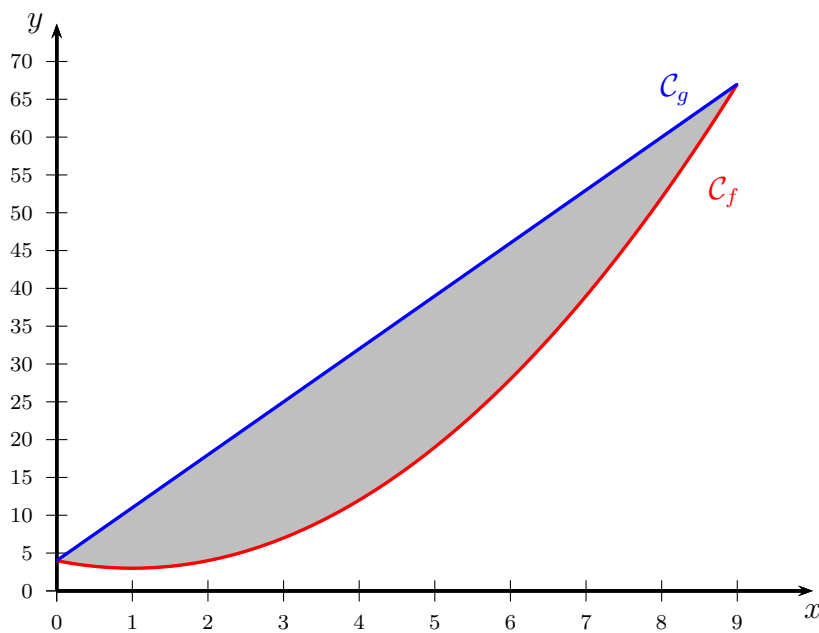
2. En déduire la valeur du déphasage φ de $u(t)$.

Question 3

On considère les deux fonctions f et g définies et continues sur $[0 ; 9]$ respectivement par :

$$f(x) = x^2 - 2x + 4 \quad \text{et} \quad g(x) = 7x + 4.$$

Les représentations graphiques des deux fonctions sont données ci-dessous.



Déterminer la valeur exacte de l'aire, exprimée en unité d'aire, située entre les courbes représentatives de ces deux fonctions.

Question 4

La tension $u_c(t)$ (exprimée en volt), aux bornes d'un condensateur lors de sa charge, est modélisée par :

$$u_c(t) = E \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \text{ où } t \text{ désigne le temps, exprimé en seconde.}$$

Les caractéristiques du condensateur utilisé sont :

- Tension maximale : $E = 4 \text{ V}$
- Résistance : $R = 10^3 \Omega$
- Capacité : $C = 2 \times 10^{-3} \text{ F}$

Déterminer le temps de charge t (exprimé en seconde, arrondi à 0,1 s près) nécessaire pour obtenir une tension aux bornes du condensateur égale à la moitié de sa tension maximale.