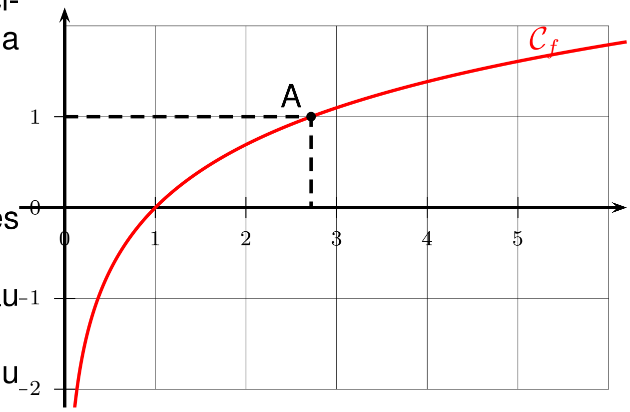
Dans cet exercice, seulement 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées sont à traiter. Toutes ces questions sont indépendantes les unes des autres.

Question 1

On a tracé dans le repère orthonormé ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f définie sur $]0\ ;\ +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(x).$$



On note A le point de $\mathcal{C}_f$ de coordonnées $(\mathrm{e}\ ;\ 1)$.
On note T la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A.
La tangente T passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier.

Question 2

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0,5\ ;\ 10]$ par :

$$f(x) = x^2 - x - 2 - 3\ln(x).$$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Montrer que $f'(x) = \dfrac{(x+1)(2x-3)}{x}$ pour tout x appartenant à l'intervalle [0,5 ; 10].
2. Montrer que f admet un minimum sur l'intervalle [0,5 ; 10] et préciser la valeur exacte de ce minimum.

Question 3

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\mathrm{e}^{-0.043,4x} = 0,01$.

   On donnera la valeur exacte de la solution.
2. Un signal de puissance initiale $P(0) = 6,75$ mW parcourt une fibre optique.

   La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de x kilomètres depuis l'entrée est donnée par $P(x) = 6,75\mathrm{e}^{-0.043,4x}$.

   Quelle est la distance parcourue par le signal lorsque celui-ci aura perdu 99 % de sa puissance ?

   On arrondira le résultat obtenu au kilomètre.

Question 4

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$. On considère les points A et B d'affixes respectives :

$$z_{\text{A}} = 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}} \quad \text{et} \quad z_{\text{B}} = -1 + \mathrm{i}\sqrt{3}.$$

Les points O, A et B sont-ils alignés ?

Question 5

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[1~;~2]$ par:

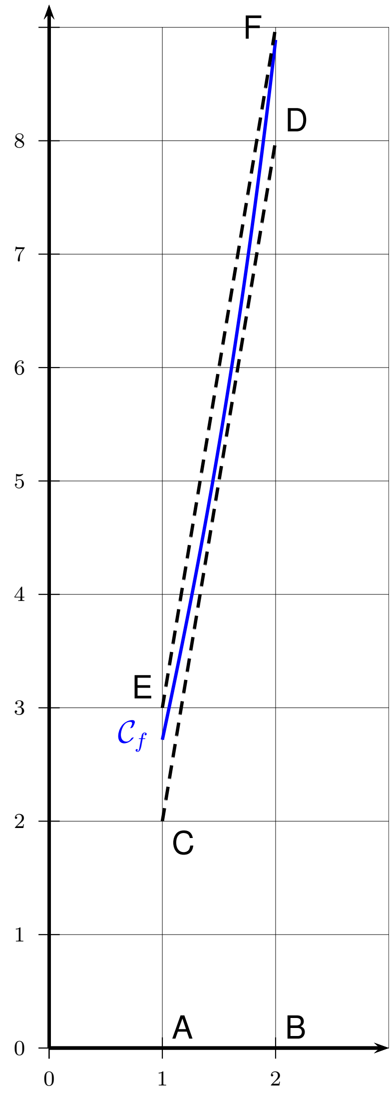
$$f(x) = x + \mathrm{e}^x - \frac{1}{x}.$$

On a tracé dans le repère orthonormé ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f.
On considère les points A(1 ; 0) ; B(2 ; 0) ; C(1 ; 2); D(2 ; 8) ; E(1 ; 3) et F(2 ; 9).
On admet que la courbe $\mathcal{C}_f$ est au-dessus du segment [CD] et en dessous du segment [EF].

1. À l'aide du graphique, donner un encadrement d'amplitude 1 de l'intégrale :

$$\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

2. Calculer la valeur exacte de $\displaystyle\int_1^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.



Question 6

Rappel : pour a et b deux réels, on a les formules suivantes :

- $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$
- $\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$
- $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$
- $\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$

La tension u aux bornes d'un générateur, exprimée en volt, dépendant du temps t, exprimé en seconde, est donnée à l'instant t par :

$$u(t) = 120\cos(70t) - 120\sin(70t).$$

1. Montrer que, pour tout t de l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, $u(t) = 120\sqrt{2}\cos\left(70t + \dfrac{\pi}{4}\right)$.

2. En déduire la fréquence $f = \dfrac{\omega}{2\pi}$, exprimée en Hz, délivrée par le générateur, où ω désigne la pulsation.

   On arrondira le résultat à l'unité.