

Dans cet exercice, seulement 4 questions au choix parmi les 6 questions proposées sont à traiter. Toutes ces questions sont indépendantes les unes des autres.

Pour chaque question, préciser si l'affirmation est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.

Question 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2 e^x$.

Affirmation 1 :

La fonction f est croissante sur \mathbb{R} .

Question 2

On considère la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par $h(x) = \ln(2x + 1)$.

On désigne par \mathcal{C}_h sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'origine O et d'unité graphique 1 cm.

On note $M(x; y)$ un point de la courbe \mathcal{C}_h . On suppose que l'ordonnée y du point M est supérieure à 15 cm.

Affirmation 2 :

L'abscisse x du point M se situe à plus de 16 km du point O .

Question 3

Le thorium 231 est un élément radioactif qui se désintègre selon la loi:

$N(t) = N(0)e^{-0,027t}$ où $N(0)$ est le nombre de noyaux au début de l'observation et $N(t)$ le nombre de noyaux à l'instant t exprimé en heure.

La demi-vie d'un élément radioactif est le temps au bout duquel la moitié de ses noyaux se sont désintégrés.

Affirmation 3 :

La demi-vie du thorium 231 est d'environ 11 heures.

Question 4

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(t) = \cos(t) + 2 \sin(t)$.

On considère l'équation différentielle $(E) : y'' + y = 0$.

Affirmation 4 :

La fonction f est solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle (E) et vérifie les conditions initiales $y(0) = 1$ et $y'(0) = 2$.

Question 5

On considère le nombre complexe $z = \frac{2 - i}{1 - 3i}$.

Affirmation 5 :

Le nombre complexe z^4 est un nombre réel négatif.

Question 6

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B et C d'affixes respectives:

$$z_A = -1 + i, \quad z_B = 4 + 2i \quad \text{et} \quad z_C = -4i.$$

Affirmation 6 :

Le triangle ABC est rectangle et isocèle.