

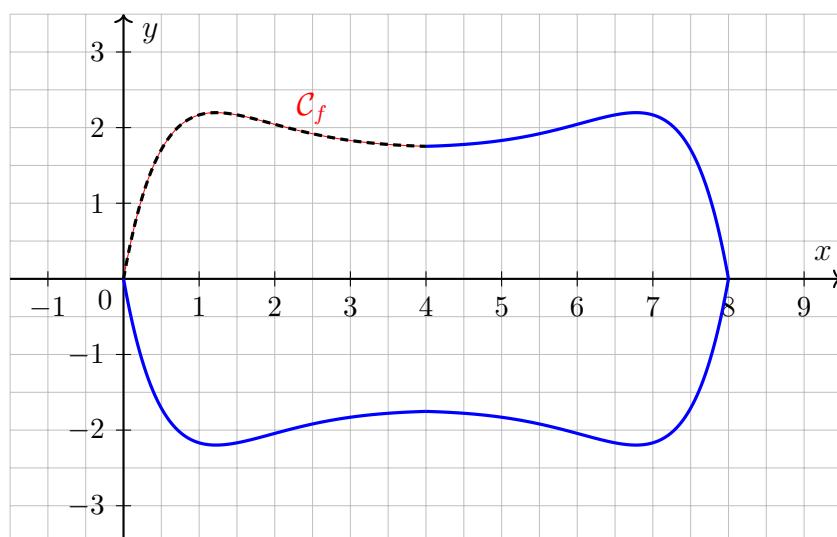
Alimentation des canons à neige

Aujourd’hui, la plupart des stations de ski construisent des retenues d’eau en altitude afin d’alimenter les canons à neige placés le long des pistes en aval.

Pour répondre à ses besoins, une station a décidé de réaliser un bassin dont la vue de dessus a la forme ci-dessous.

Au niveau du sol, le tour du bassin peut être modélisé par la courbe fermée représentée sur la figure ci-dessous.

Avec l’échelle utilisée sur le graphique, 1 unité correspond à 15 m :



Tour du bassin au niveau du sol.

Le tour du bassin au niveau du sol présente deux axes de symétrie : l’axe des abscisses et la droite d’équation $x = 4$. Il est obtenu par symétrie de la courbe C_f tracée en pointillé sur la figure.

La courbe C_f est représentative de la fonction f définie pour tout réel sur l’intervalle $[0 ; 4]$ par :

$$f(x) = -(x^2 - 3,8x + 1,8)e^{-x} + 1,8.$$

Sur l’intervalle $[0 ; 4]$, on admet que la fonction f est positive.

- Montrer que la fonction f admet comme primitive sur \mathbb{R} la fonction F définie pour tout réel x par :

$$F(x) = (x^2 - 1,8x)e^{-x} + 1,8x.$$

- En exploitant la symétrie du bassin, montrer que la surface S du bassin au niveau du sol exprimée en m^2 a pour valeur :

$$S = 6480 + 7920e^{-4}.$$

Donner sa valeur arrondie au m^2 près.