

## Bouteille isotherme avec indicateur de température interne

Une bouteille isotherme est conçue pour conserver des boissons chaudes ou froides. Une entreprise a développé une bouteille isotherme avec un afficheur de la température de la boisson. À l'issue de la réalisation d'un prototype, les techniciens réalisent une série de tests pour contrôler la qualité du produit. Le critère ci-dessous reste à valider pour respecter le cahier des charges de l'entreprise et ainsi passer à la mise en place de la chaîne de production industrielle.

**Critère :** la variation de température d'une boisson doit être inférieure ou égale à  $5\text{ C}$  avec une tolérance de  $0,5\text{ C}$  au bout de 8 heures pour une température extérieure de  $\theta_{\text{ext}} = 20,0\text{ C}$ .

On souhaite vérifier ce critère dans le cas d'une boisson chaude.

L'évolution de la température (en C) de la boisson en fonction du temps (en heure) est modélisée par la fonction  $f$  solution de l'équation différentielle suivante :

$$(E) : \quad y' = -0,044y + 0,88$$

où  $y$  est une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  et  $y'$  sa dérivée.

6. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).

7. Sachant que la température initiale de la boisson est de  $60\text{C}$ , montrer que  $f$  est définie sur l'intervalle  $[0 ; +\infty[$  par :

$$f(t) = 40e^{-0,044t} + 20.$$

8. En déduire la température de la boisson au bout de 8 heures.

Indiquer si le critère est vérifié.