Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Question 1

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Soient z_1 et z_2 les nombres complexes définis par :

$$z_1 = \sqrt{2} + \mathrm{i}\sqrt{2} \quad \text{et} \quad z_2 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}.$$

1. Écrire z_1 sous forme exponentielle, en détaillant les calculs.
2. Montrer que $2z_2^3 = z_1$.

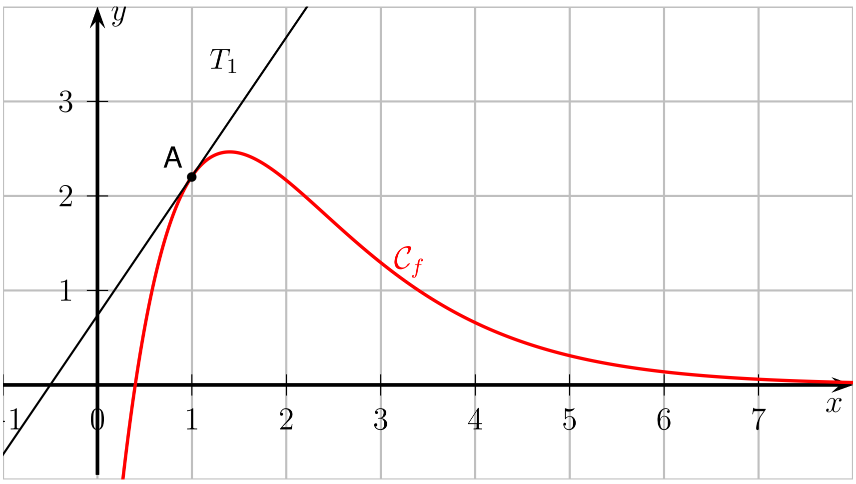
Question 2

Soit la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = (10x - 4)\mathrm{e}^{-x}.$$

On nomme $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f donnée dans le repère ci- dessous.
La droite T_1 est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point A d'abscisse 1 et on admet que la dérivée de f est définie pour tout réel x par

$$f'(x) = (-10x + 14)\mathrm{e}^{-x}.$$



1. Calculer la valeur exacte de l'ordonnée du point A.
2. Calculer $f'(1)$.
   Interpréter graphiquement cette valeur.
3. La courbe représentative de la fonction f suggère l'existence d'un maximum sur l'intervalle [1 ; 2].
   Quelle est la valeur exacte de ce maximum ?