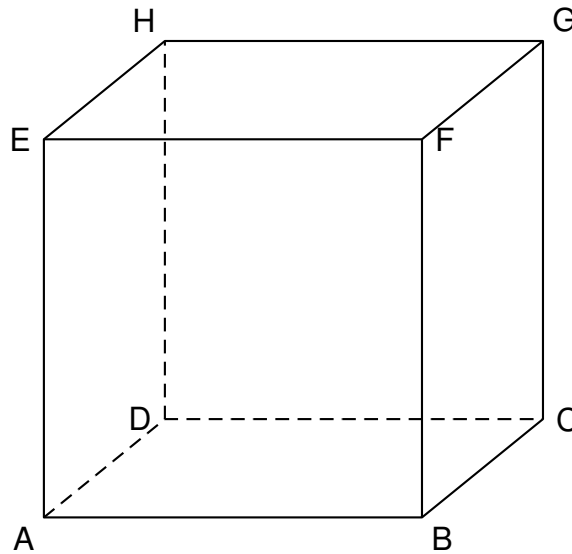


On considère le cube ABCDEFGH de côté 1 représenté ci-dessous.



On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. (a) Justifier que les droites (AH) et (ED) sont perpendiculaires.
(b) Justifier que la droite (GH) est orthogonale au plan (EDH).
(c) En déduire que la droite (ED) est orthogonale au plan (AGH).

2. Donner les coordonnées du vecteur \overrightarrow{ED} .

Déduire de la question 1. c. qu'une équation cartésienne du plan (AGH) est:

$$y - z = 0.$$

3. On désigne par L le point de coordonnées $\left(\frac{2}{3}; 1; 0\right)$.

- (a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EL).
- (b) Déterminer l'intersection de la droite (EL) et du plan (AGH).
- (c) Démontrer que le projeté orthogonal du point L sur le plan (AGH) est le point K de coordonnées $\left(\frac{2}{3}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
- (d) Montrer que la distance du point L au plan (AGH) est égale à $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
- (e) Déterminer le volume du tétraèdre LAGH.

On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$