

Une horloge au jus d'orange

Pour mettre en évidence le principe de fonctionnement d'une pile, il est possible d'alimenter une horloge grâce à une pile rudimentaire constituée d'une électrode de cuivre et d'une électrode en magnésium plongeant dans du jus d'orange.

En réalisant l'expérience les valeurs suivantes sont relevées :

Durée de fonctionnement maximale	Environ 21 h
Tension	1.52 V
Intensité du courant électrique	0.3 mA
pH du jus d'orange au début et à la fin de l'expérience	Début: 3,9 Fin : 6,5
Volume du jus d'orange	140 mL

Le but de cet exercice est de modéliser le fonctionnement de cette pile à l'aide d'un modèle mathématique en cohérence avec les résultats expérimentaux mesurés.

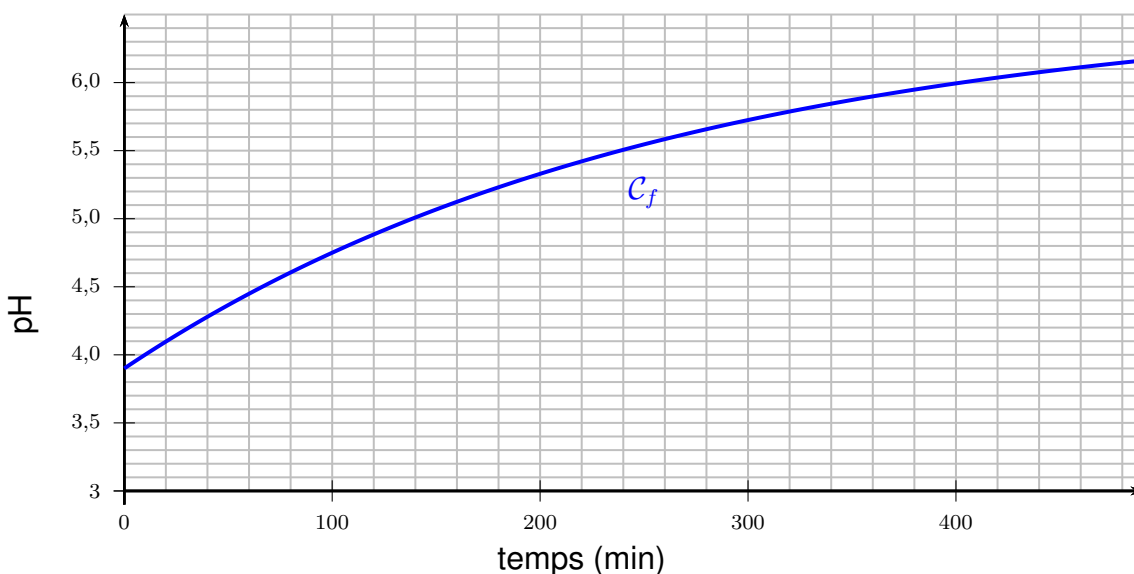
On note t le temps, exprimé en minute, écoulé depuis la mise en fonctionnement de la pile au jus d'orange.

À l'aide d'une étude expérimentale, la valeur du pH en fonction du temps peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(t) = 6,571 - 2,671e^{-\frac{t}{261}}.$$

Une représentation graphique de f est donnée ci-dessous.

Évolution du pH en fonction du temps



1. Calculer $f(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.

2. (a) Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 5$.
Donner le résultat en heure et minute.
- (b) Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 5$. Donner le résultat arrondi à la minute.
Comparer ce résultat à celui obtenu à la question 2. a.
3. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$. Le résultat est-il compatible avec les valeurs relevées lors de l'expérience ?