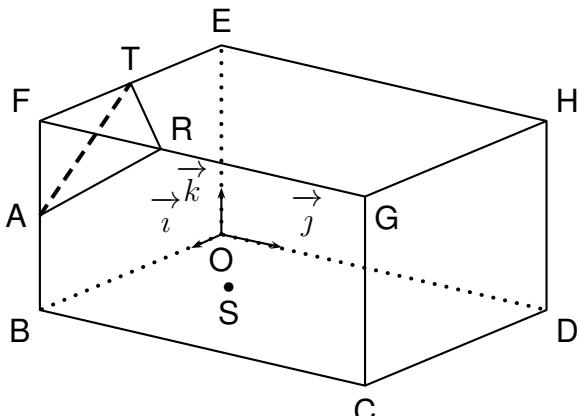


Une exposition d'art contemporain a lieu dans une salle en forme de pavé droit de largeur 6 m, de longueur 8 m et de hauteur 4 m.

Elle est représentée par le parallélépipède rectangle OBCDEFGH où $OB = 6$ m, $OD = 8$ m et $OE = 4$ m.

On utilise le repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que $\vec{i} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OB}$, $\vec{j} = \frac{1}{8}\overrightarrow{OD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OE}$.



Dans ce repère on a, en particulier $C(6 ; 8 ; 0)$, $F(6 ; 0 ; 4)$ et $G(6 ; 8 ; 4)$.

Une des œuvres exposées est un triangle de verre représenté par le triangle ART qui a pour sommets $A(6 ; 0 ; 2)$, $R(6 ; 3 ; 4)$ et $T(3 ; 0 ; 4)$. Enfin, S est le point de coordonnées $\left(3 ; \frac{5}{2} ; 0\right)$.

1. (a) Vérifier que le triangle ART est isocèle en A.
 (b) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AT}$.
 (c) En déduire une valeur approchée à 0,1 degré près de l'angle \widehat{RAT} .
2. (a) Justifier que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ART).
 (b) En déduire une équation cartésienne du plan (ART).
3. Un rayon laser dirigé vers le triangle ART est émis du plancher à partir du point S. On admet que ce rayon est orthogonal au plan (ART).
 - (a) Soit Δ la droite orthogonale au plan (ART) et passant par le point S.
 Justifier que le système ci-dessous est une représentation paramétrique de la droite Δ :

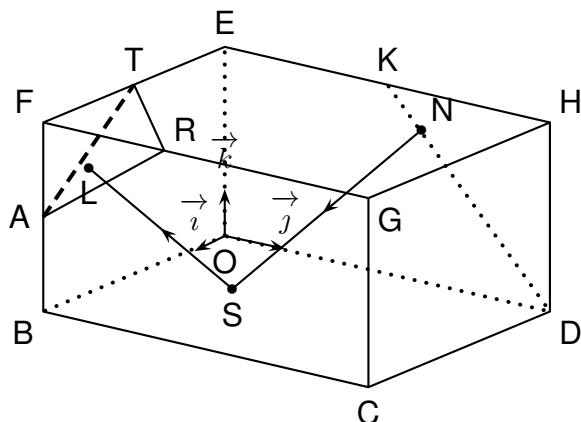
$$\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = \frac{5}{2} - 2k \\ z = 3k \end{cases}, \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

- (b) Soit L le point d'intersection de la droite Δ , avec le plan (ART).

Démontrer que L a pour coordonnées $\left(5 ; \frac{1}{2} ; 3\right)$.

4. L'artiste installe un rail représenté par le segment [DK] où K est le milieu du segment [EH].

Sur ce rail, il positionne une source lumineuse laser en un point N du segment [DK] et il oriente ce second rayon laser vers le point S.



- (a) Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0 ; 1]$, le point N de coordonnées $(0 ; 8 - 4t ; 4t)$ est un point du segment [DK].
- (b) Calculer les coordonnées exactes du point N tel que les deux rayons laser représentés par les segments [SL] et [SN] soient perpendiculaires.