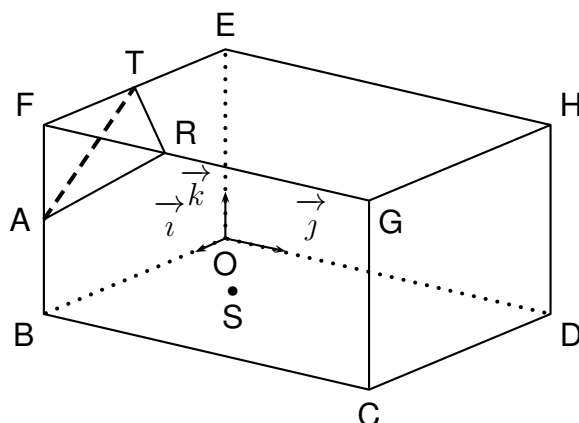


Une exposition d'art contemporain a lieu dans une salle en forme de pavé droit de largeur 6 m, de longueur 8 m et de hauteur 4 m.

Elle est représentée par le parallélépipède rectangle OBCDEFGH où  $OB = 6$  m,  $OD = 8$  m et  $OE = 4$  m.

On utilise le repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  tel que  $\vec{i} = \frac{1}{6}\vec{OB}$ ,  $\vec{j} = \frac{1}{8}\vec{OD}$  et  $\vec{k} = \frac{1}{4}\vec{OE}$ .



Dans ce repère on a, en particulier  $C(6; 8; 0)$ ,  $F(6; 0; 4)$  et  $G(6; 8; 4)$ .

Une des uvres exposées est un triangle de verre représenté par le triangle ART qui a pour sommets  $A(6; 0; 2)$ ,  $R(6; 3; 4)$  et  $T(3; 0; 4)$ , Enfin, S est le point de coordonnées  $(3; \frac{5}{2}; 0)$ .

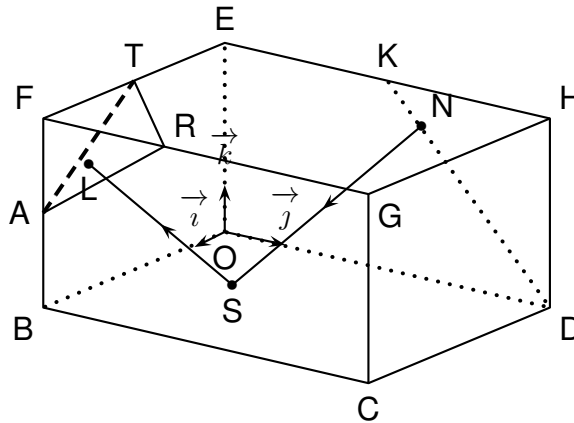
- Vérifier que le triangle ART est isocèle en A.
  - Calculer le produit scalaire  $\vec{AR} \cdot \vec{AT}$ .
  - En déduire une valeur approchée à  $0,1$  degré près de l'angle  $\widehat{RAT}$ .
- Justifier que le vecteur  $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  est un vecteur normal au plan (ART).
  - En déduire une équation cartésienne du plan (ART).
- Un rayon laser dirigé vers le triangle ART est émis du plancher à partir du point S. On admet que ce rayon est orthogonal au plan (ART).
  - Soit  $\Delta$  la droite orthogonale au plan (ART) et passant par le point S.  
Justifier que le système ci-dessous est une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$  :

$$\begin{cases} x = 3 + 2k \\ y = \frac{5}{2} - 2k \\ z = 3k \end{cases}, \text{ avec } k \in \mathbb{R}.$$

- Soit L le point d'intersection de la droite  $\Delta$ , avec le plan (ART).  
Démontrer que L a pour coordonnées  $(5; \frac{1}{2}; 3)$ .

4. L'artiste installe un rail représenté par le segment  $[DK]$  où  $K$  est le milieu du segment  $[EH]$ .

Sur ce rail, il positionne une source lumineuse laser en un point  $N$  du segment  $[DK]$  et il oriente ce second rayon laser vers le point  $S$ .



- (a) Montrer que, pour tout réel  $t$  de l'intervalle  $[0 ; 1]$ , le point  $N$  de coordonnées  $(0 ; 8 - 4t ; 4t)$  est un point du segment  $[DK]$ .
- (b) Calculer les coordonnées exactes du point  $N$  tel que les deux rayons laser représentés par les segments  $[SL]$  et  $[SN]$  soient perpendiculaires.