

Concert musical

Lors d'un concert de musique rock organisé dans la ville de Venise, une scène flottante était placée à 120 m au large de la côte et donc des spectateurs du premier rang. Cette configuration particulière a posé des problèmes d'acoustique liés à l'atténuation différentielle du son émis par les différents instruments, notamment du fait de l'influence de la fréquence du son sur la directivité de l'émission par les haut-parleurs.

L'exercice propose de modéliser cette situation à partir de données expérimentales.

Données:

- Fréquences correspondant à certaines notes de musique:

Note	Do1	La1	Mi2	Ré3	Do4	Fa4	Si4
Fréquence (Hz)	65,4	110	165	294	523	698	988

- Le niveau sonore L (en dB) d'une onde sonore est relié à son intensité acoustique I (en W.m^{-2}) par la relation:

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0},$$

où $I_0 = 10^{-12} \text{ W.m}^{-2}$ et \log désigne le logarithme décimal.

[...]

On étudie mathématiquement le modèle obtenu en introduisant les fonctions f et g définies sur $[1 ; +\infty[$ par:

$$f(x) = 125 - 10 \ln(x) \text{ et } g(x) = 117 - 7,5 \ln(x).$$

Ces fonctions modélisent respectivement les niveaux sonores du La1 et du Fa4 en fonction de la distance.

- Déterminer une expression de $f'(x)$ où f' est la fonction dérivée de f sur $[1 ; +\infty[$.

On modifie désormais les réglages d'émission pour améliorer la qualité du son. Les expressions des nouvelles fonctions décrivant la dépendance de L_1 et L_2 avec la distance sont alors :

$$f_m(x) = 148 - 10 \ln(x) \text{ et } g_m(x) = 136 - 7,5 \ln(x),$$

respectivement, pour les notes La1 et Fa4.

- Résoudre l'équation $f_m(x) = g_m(x)$ correspondant à $148 - 10 \ln(x) = 136 - 7,5 \ln(x)$ (arrondir le résultat à 10^{-1}).

En déduire la distance d_m des enceintes à laquelle doit se trouver le public pour que les deux notes aient le même niveau sonore.

- Pour les réglages modifiés, calculer le niveau sonore du son reçu par les spectateurs à la distance d_m des enceintes pour chacune des notes.