

Étude de l'évolution de la température d'un soda

On verse, dans une tasse en porcelaine, du soda tout juste sorti du réfrigérateur. La tasse est ensuite posée sur une table. La température de l'air ambiant est supposée constante et égale à 21 °C.

On admet que la fonction f qui modélise l'évolution de la température (en degré Celsius) du contenu de la tasse en fonction du temps t écoulé (en minute) depuis la première mesure vérifie l'équation différentielle :

$$y' = -\frac{1}{90}y + \frac{7}{30}$$

2. Sachant que $g(0) = 7$, démontrer que, pour tout réel t positif ou nul :

$$f(t) = -14e^{-\frac{1}{90}t} + 21.$$

3. Calculer $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.
4. Déterminer, à partir de ce modèle, la valeur du temps t pour lequel la boisson atteint la température de 20 °C. Arrondir le résultat (en minute) à l'unité.