

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

Question 1

Soit la fonction f définie et dérivable sur $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = xe^{-x}.$$

1. Donner la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que pour tout réel x appartenant à $[0 ; +\infty[$, $f'(x) = e^{-x}(1 - x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f .
3. En déduire le tableau complet des variations de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.

Question 2

On considère les nombres complexes $z_1 = 6e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = -\sqrt{3} + i$, où i désigne le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

1. Écrire z_2 sous forme exponentielle. Détailler les calculs.
2. En déduire une écriture du nombre complexe $Z = \frac{z_1}{z_2^3}$ sous forme exponentielle.