Les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes les unes des autres.

Question 1

On considère l'équation différentielle

$$(E) : \qquad y' = -2y + 40.$$

1. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle (E).
2. En déduire la solution f de l'équation différentielle (E) qui vérifie $f(0) = 200$.

Question 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x-1)\mathrm{e}^{x}.$$

f est dérivable et sa dérivée est notée f'.
Justifier le signe de $f'(x)$ établi dans le tableau ci-dessous:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Question 3

On considère les nombres complexes

$$z_1 = 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}} \quad \text{et} \quad z_2 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$$

1. Exprimer sous forme exponentielle le produit $z_1 \times z_2$.
2. En déduire une forme trigonométrique de $z_1 \times z_2$.

Question 4

L'évolution de l'effectif de la population d'un pays, exprimé en millions d'habitants, est modélisée par la fonction f définie sur [0 ; 40] comme suit :

$$f(t) = 10\mathrm{e}^{0,02t},$$

où t correspond au nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2020.

1. Estimer le nombre d'habitants donné par ce modèle au 1er janvier 2020 et au 1er janvier 2021.
2. D'après ce modèle, déterminer l'année durant laquelle l'effectif de la population dépassera 20 millions d'habitants.