Dans cet exercice, les questions 1, 2, 3 et 4 peuvent être traitées de façon indépendante les unes des autres.

Un parachutiste est en chute libre dans l'air jusqu'à l'instant $t = 0$ où il ouvre son parachute. Sa vitesse est alors de 50 m.s^{-1}. On admet par la suite que sa vitesse v, en m.s^{-1}, en fonction du temps t, en s, est solution de l'équation différentielle sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$:

$$(E)\ :\quad y' = -5y + 10.$$

Question 1

La fonction constante g définie sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(t) = 2$ est-elle une solution de l'équation différentielle (E) ? Justifier la réponse.

Question 2

Montrer que les solutions de l'équation différentielle (E) sur l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$ sont les fonctions f définies sur cet intervalle par $f(t) = k\mathrm{e}^{-5t} + 2$, où k est un nombre réel donné.

Question 3

En admettant le résultat de la question précédente, montrer que la fonction v est donnée sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $v(t) = 48\mathrm{e}^{-5t} + 2$.

Question 4

La distance parcourue, en mètre, par le parachutiste pendant les 10 premières secondes après ouverture du parachute est donnée par l'intégrale :

$$\int_0^{10} \left(48\mathrm{e}^{-5t} + 2\right) \mathrm{d}t$$

Calculer cette intégrale (arrondir à 10^{-1}).