

**Principaux domaines abordés :** géométrie dans l'espace

Une maison est modélisée par un parallélépipède rectangle ABCDEFGH surmonté d'une pyramide EFGHS.

On a  $DC = 6$ ,  $DA = DH = 4$ .

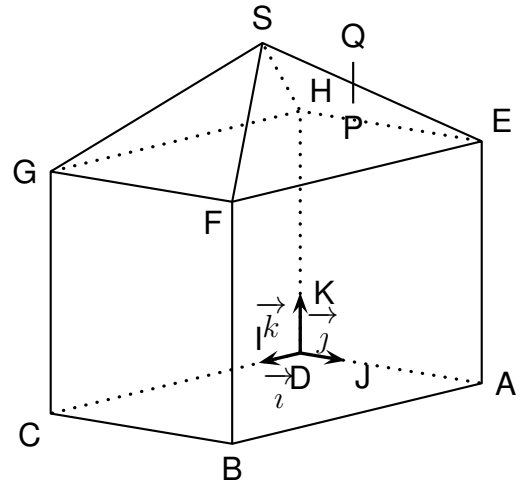
Soit les points I, J et K tels que

$$\overrightarrow{DI} = \frac{1}{6} \overrightarrow{DC}, \quad \overrightarrow{DJ} = \frac{1}{4} \overrightarrow{DA}, \quad \overrightarrow{DK} = \frac{1}{4} \overrightarrow{DH}.$$

On note  $\vec{i} = \overrightarrow{DI}$ ,  $\vec{j} = \overrightarrow{DJ}$ ,  $\vec{k} = \overrightarrow{DK}$ .

On se place dans le repère orthonormé  $(D; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On admet que le point S a pour coordonnées  $(3; 2; 6)$ .



- Donner, sans justifier, les coordonnées des points B, E, F et G.
- Démontrer que le volume de la pyramide EFGHS représente le septième du volume total de la maison.  
On rappelle que le volume  $V$  d'un tétraèdre est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times (\text{aire de la base}) \times \text{hauteur}.$$

- Démontrer que le vecteur  $\vec{n}$  de coordonnées  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  est normal au plan (EFS).
  - En déduire qu'une équation cartésienne du plan (EFS) est  $y + z - 8 = 0$ .
- On installe une antenne sur le toit, représentée par le segment [PQ]. On dispose des données suivantes:
  - le point P appartient au plan (EFS) ;
  - le point Q a pour coordonnées  $(2; 3; 5,5)$  ;
  - la droite (PQ) est dirigée par le vecteur  $\vec{k}$ .

(a) Justifier qu'une représentation paramétrique de la droite (PQ) est :

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \\ z = 5,5 + t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- En déduire les coordonnées du point P.
  - En déduire la longueur PQ de l'antenne.
- Un oiseau vole en suivant une trajectoire modélisée par la droite  $\Delta$  dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -4 + 6s \\ y = 7 - 4s \\ z = 2 + 4s \end{cases} \quad (s \in \mathbb{R})$$

Déterminer la position relative des droites (PQ) et  $\Delta$ .

L'oiseau va-t-il percuter l'antenne représentée par le segment [PQ] ?