

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$$

1. (a) Calculer les termes u_1 , u_2 et u_3 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
- (b) Recopier le script python ci-dessous et compléter les lignes 3 et 6 pour que `liste(k)` prenne en paramètre un entier naturel k et renvoie la liste des premières valeurs de la suite (u_n) de u_0 à u_k .

1.	<code>def liste(k) :</code>
2.	<code> L = []</code>
3.	<code> u = ...</code>
4.	<code> for i in range(0, k+1) :</code>
5.	<code> L.append(u)</code>
6.	<code> u = ...</code>
7.	<code> return(L)</code>

2. On admet que, pour tout entier naturel n , u_n est strictement positif.
Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
3. En déduire que la suite (u_n) converge.
4. Déterminer la valeur de sa limite.
5. (a) Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .
(b) Démontrer par récurrence la conjecture précédente.