

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1 + u_n}$$

1. (a) Calculer les termes u_1 , u_2 et u_3 . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
- (b) Recopier le script python ci-dessous et compléter les lignes 3 et 6 pour que liste(k) prenne en paramètre un entier naturel k et renvoie la liste des premières valeurs de la suite (u_n) de u_0 à u_k .

```

1. def liste(k) :
2.     L = []
3.     u = ...
4.     for i in range(0, k+1) :
5.         L.append(u)
6.         u = ...
7.     return(L)

```

2. On admet que, pour tout entier naturel n , u_n est strictement positif.
- Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
3. En déduire que la suite (u_n) converge.
4. Déterminer la valeur de sa limite.
5. (a) Conjecturer une expression de u_n en fonction de n .
- (b) Démontrer par récurrence la conjecture précédente.