

*Principaux domaines abordés:* Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace. Orthogonalité et distances dans l'espace. Représentations paramétriques et équations cartésiennes.

Dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace, on considère les points

$A(-3; 1; 3)$ ,  $B(2; 2; 3)$ ,  $C(1; 7; -1)$ ,  $D(-4; 6; -1)$  et  $K(-3; 14; 14)$ .

1. (a) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{DC}$  et  $\overrightarrow{AD}$ .  
 (b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.  
 (c) Calculer l'aire du rectangle ABCD.
2. (a) Justifier que les points A, B et D définissent un plan.  
 (b) Montrer que le vecteur  $\vec{n}(-2; 10; 13)$  est un vecteur normal au plan (ABD).  
 (c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABD).
3. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite  $\Delta$  orthogonale au plan (ABD) et qui passe par le point K.  
 (b) Déterminer les coordonnées du point I, projeté orthogonal du point K sur le plan (ABD).  
 (c) Montrer que la hauteur de la pyramide KABCD de base ABCD et de sommet K vaut  $\sqrt{273}$ .
4. Calculer le volume  $V$  de la pyramide KABCD.

On rappelle que le volume  $V$  d'une pyramide est donné par la formule:

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur}.$$