

Principaux domaines abordés: Manipulation des vecteurs, des droites et des plans de l'espace. Orthogonalité et distances dans l'espace. Représentations paramétriques et équations cartésiennes.

Dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on considère les points

A(−3 ; 1 ; 3), **B**(2 ; 2 ; 3), **C**(1 ; 7 ; −1), **D**(−4 ; 6 ; −1) et **K**(−3 ; 14 ; 14).

1. (a) Calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{DC} et \overrightarrow{AD} .
 (b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.
 (c) Calculer l'aire du rectangle ABCD.
2. (a) Justifier que les points A, B et D définissent un plan.
 (b) Montrer que le vecteur $\vec{n} (-2 ; 10 ; 13)$ est un vecteur normal au plan (ABD).
 (c) En déduire une équation cartésienne du plan (ABD).
3. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite Δ orthogonale au plan (ABD) et qui passe par le point K.
 (b) Déterminer les coordonnées du point I, projeté orthogonal du point K sur le plan (ABD).
 (c) Montrer que la hauteur de la pyramide KABCD de base ABCD et de sommet K vaut $\sqrt{273}$.
4. Calculer le volume V de la pyramide KABCD.

On rappelle que le volume V d'une pyramide est donné par la formule:

$$V = \frac{1}{3} \times \text{aire de la base} \times \text{hauteur.}$$