

L'espace est rapporté un repère orthonormal où l'on considère :

- les points  $A(2 ; -1 ; 0)$ ,  $B(1 ; 0 ; -3)$ ,  $C(6 ; 6 ; 1)$  et  $E(1 ; 2 ; 4)$  ;
- Le plan  $\mathcal{P}$  d'équation cartésienne  $2x - y - z + 4 = 0$ .

- Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
  - Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  puis les longueurs BA et BC.
  - En déduire la mesure en degrés de l'angle  $\widehat{ABC}$  arrondie au degré.
- Démontrer que le plan  $\mathcal{P}$  est parallèle au plan ABC.
  - En déduire une équation cartésienne du plan ABC.
  - Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\mathcal{D}$  orthogonale au plan ABC et passant par le point E.
  - Démontrer que le projeté orthogonal H du point E sur le plan ABC a pour coordonnées  $\left(4 ; \frac{1}{2} ; \frac{5}{2}\right)$ .
- On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par  $\mathcal{V} = \frac{1}{3}\mathcal{B}h$  où  $\mathcal{B}$  désigne l'aire d'une base et  $h$  la hauteur de la pyramide associée à cette base.

Calculer l'aire du triangle ABC puis démontrer que le volume de la pyramide ABCE est égal à 16,5 unités de volume.