

L'espace est rapporté un repère orthonormal où l'on considère :

- les points  $A(2 ; -1 ; 0)$   $B(1 ; 0 ; -3)$ ,  $C(6 ; 6 ; 1)$  et  $E(1 ; 2 ; 4)$  ;
- Le plan  $\mathcal{P}$  d'équation cartésienne  $2x - y - z + 4 = 0$ .

1. (a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.  
 (b) Calculer le produit scalaire  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  puis les longueurs BA et BC.  
 (c) En déduire la mesure en degrés de l'angle  $\widehat{ABC}$  arrondie au degré.
2. (a) Démontrer que le plan  $\mathcal{P}$  est parallèle au plan ABC.  
 (b) En déduire une équation cartésienne du plan ABC.  
 (c) Déterminer une représentation paramétrique de la droite  $\mathcal{D}$  orthogonale au plan ABC et passant par le point E.  
 (d) Démontrer que le projeté orthogonal H du point E sur le plan ABC a pour coordonnées  $\left(4 ; \frac{1}{2} ; \frac{5}{2}\right)$ .
3. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par  $\mathcal{V} = \frac{1}{3}Bh$  où  $B$  désigne l'aire d'une base et  $h$  la hauteur de la pyramide associée à cette base.  
 Calculer l'aire du triangle ABC puis démontrer que le volume de la pyramide ABCE est égal à 16,5 unités de volume.