

Dans l'espace, rapporté à un repère orthonormé  $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points :

$$A(2 ; 0 ; 3), B(0 ; 2 ; 1), C(-1 ; -1 ; 2) \text{ et } D(3 ; -3 ; -1).$$

### 1. Calcul d'un angle

- (a) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  et en déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.
- (b) Calculer les longueurs AB et AC.
- (c) À l'aide du produit scalaire  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ , déterminer la valeur du cosinus de l'angle  $\widehat{BAC}$  puis donner une valeur approchée de la mesure de l'angle  $\widehat{BAC}$  au dixième de degré.

### 2. Calcul d'une aire

- (a) Déterminer une équation du plan  $\mathcal{P}$  passant par le point C et perpendiculaire à la droite (AB).
- (b) Donner une représentation paramétrique de la droite (AB).
- (c) En déduire les coordonnées du projeté orthogonal E du point C sur la droite (AB), c'est-à-dire du point d'intersection de la droite (AB) et du plan  $\mathcal{P}$ .
- (d) Calculer l'aire du triangle ABC.

### 3. Calcul d'un volume

- (a) Soit le point F(1 ; -1 ; 3). Montrer que les points A, B, C et F sont coplanaires.
- (b) Vérifier que la droite (FD) est orthogonale au plan (ABC).
- (c) Sachant que le volume d'un tétraèdre est égal au tiers de l'aire de sa base multiplié par sa hauteur, calculer le volume du tétraèdre ABCD.