

Un hôtel situé à proximité d'un site touristique dédié à la préhistoire propose deux visites dans les environs, celle d'un musée et celle d'une grotte.

Une étude a montré que 70 % des clients de l'hôtel visitent le musée. De plus, parmi les clients visitant le musée, 60 % visitent la grotte.

Cette étude montre aussi que 6 % des clients de l'hôtel ne font aucune visite.

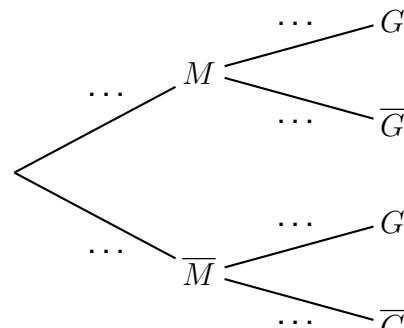
On interroge au hasard un client de l'hôtel et on note :

- M l'évènement : le client visite le musée ;
- G l'évènement : le client visite la grotte .

On note \overline{M} l'évènement contraire de M , \overline{G} l'évènement contraire de G , et pour tout évènement E , on note $p(E)$ la probabilité de E .

Ainsi, d'après l'énoncé, on a : $p(\overline{M} \cap \overline{G}) = 0,06$.

1. (a) Vérifier que $p_{\overline{M}}(\overline{G}) = 0,2$, où $p_{\overline{M}}(\overline{G})$ désigne la probabilité que le client interrogé ne visite pas la grotte sachant qu'il ne visite pas le musée.
 - (b) L'arbre pondéré ci-contre modélise la situation. Recopier et compléter cet arbre en indiquant sur chaque branche la probabilité associée.
 - (c) Quelle est la probabilité de l'évènement le client visite la grotte et ne visite pas le musée ?
 - (d) Montrer que $p(G) = 0,66$.
2. Le responsable de l'hôtel affirme que parmi les clients qui visitent la grotte, plus de la moitié visitent également le musée. Cette affirmation est-elle exacte ?
 3. Les tarifs pour les visites sont les suivants:
 - visite du musée : 12 euros;
 - visite de la grotte : 5 euros.



4. Pour augmenter les recettes, le responsable souhaite que l'espérance de la variable aléatoire modélisant la somme dépensée par un client de l'hôtel pour ces visites passe à 15 euros, sans modifier le prix de visite du musée qui demeure à 12 euros.

Quel prix faut-il fixer pour la visite de la grotte afin d'atteindre cet objectif ? (On admettra que l'augmentation du prix d'entrée de la grotte ne modifie pas la fréquentation des deux sites).

5. On choisit au hasard 100 clients de l'hôtel, en assimilant ce choix à un tirage avec remise.

Quelle est la probabilité qu'au moins les trois quarts de ces clients aient visité la grotte à l'occasion de leur séjour à l'hôtel ?

On donnera une valeur du résultat à 10^{-3} près.