

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$$A(-1; -1; 3), \quad B(1; 1; 2), \quad C(1; -1; 7)$$

On considère également la droite Δ passant par les points $D(-1; 6; 8)$ et $E(11; -9; 2)$.

1. (a) Vérifier que la droite Δ admet pour représentation paramétrique:

$$\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = 6 - 5t \\ z = 8 - 2t \end{cases} \text{ avec } t \in \mathbb{R}$$

- (b) Préciser une représentation paramétrique de la droite Δ' parallèle à Δ et passant par l'origine O du repère.
- (c) Le point $F(1, 36; -1, 7; -0, 7)$ appartient-il à la droite Δ' ?
2. (a) Montrer que les points A , B et C définissent un plan.
- (b) Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan (ABC) .
- (c) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est: $4x - 5y - 2z + 5 = 0$.
3. (a) Montrer que le point $G(7; -4; 4)$ appartient à la droite Δ .
- (b) Déterminer les coordonnées du point H , projeté orthogonal du point G sur le plan (ABC) .
- (c) En déduire que la distance du point G au plan (ABC) est égale à $3\sqrt{5}$.
4. (a) Montrer que le triangle ABC est rectangle en A .
- (b) Calculer le volume V du tétraèdre $ABCG$.
- On rappelle que le volume V d'un tétraèdre est donné par la formule $V = \frac{1}{3} \times B \times h$ où B est l'aire d'une base et h la hauteur correspondant à cette base.*