Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$g(x) = 1 + x^2[1 - 2\ln(x)].$$

La fonction g est dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ et on note g' sa fonction dérivée.
On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé du plan.

PARTIE A

1. Justifier que $g(\mathrm{e})$ est strictement négatif.
2. Justifier que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = -\infty$.
3. (a) Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$, $g'(x) = -4x\ln(x)$.
   (b) Étudier le sens de variation de la fonction g sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$
   (c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution, notée α, sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$.
   (d) Donner un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}
4. Déduire de ce qui précède le signe de la fonction g sur l'intervalle $[1\ ;\ +\infty[$.

PARTIE B

1. On admet que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[1\ ;\ \alpha]$, $g''(x) = -4[\ln(x) + 1]$.
   Justifier que la fonction g est concave sur l'intervalle $[1\ ;\ \alpha]$.
2. Sur la figure ci-contre, A et B sont les points de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisses respectives 1 et α.
   (a) Déterminer l'équation réduite de la droite (AB).
   (b) En déduire que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[1\ ;\ \alpha]$, $g(x) \geqslant \dfrac{-2}{\alpha - 1}x + \dfrac{2\alpha}{\alpha - 1}$.