

Une entreprise fabrique des composants pour l'industrie automobile. Ces composants sont conçus sur trois chaînes de montage numérotées de 1 à 3.

- La moitié des composants est conçue sur la chaîne 1 ;
- 30 % des composants sont conçus sur la chaîne 2 ;
- les composants restant sont conçus sur la chaîne 3.

À l'issue du processus de fabrication, il apparaît que 1 % des pièces issues de la chaîne 1 présentent un défaut, de même que 0,5 % des pièces issues de la chaîne 2 et 4 % des pièces issues de la chaîne 3.

On prélève au hasard un de ces composants. On note :

- C_1 l'évènement le composant provient de la chaîne 1 ;
- C_2 l'évènement le composant provient de la chaîne 2 ;
- C_3 l'évènement le composant provient de la chaîne 3 ;
- D l'évènement le composant est défectueux et \overline{D} son évènement contraire.

Dans tout l'exercice, les calculs de probabilité seront donnés en valeur décimale exacte ou arrondie à 10^{-4} si nécessaire.

PARTIE A

1. Représenter cette situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le composant prélevé provienne de la chaîne 3 et soit défectueux.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement D est $P(D) = 0.014,5$.
4. Calculer la probabilité qu'un composant défectueux provienne de la chaîne 3.

PARTIE B

L'entreprise décide de conditionner les composants produits en constituant des lots de n unités. On note X la variable aléatoire qui, à chaque lot de n unités, associe le nombre de composants défectueux de ce lot.

Compte tenu des modes de production et de conditionnement de l'entreprise, on peut considérer que X suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0.014,5$.

1. Dans cette question, les lots possèdent 20 unités. On pose $n = 20$.
 - (a) Calculer la probabilité pour qu'un lot possède exactement trois composants défectueux.
 - (b) Calculer la probabilité pour qu'un lot ne possède aucun composant défectueux.
En déduire la probabilité qu'un lot possède au moins un composant défectueux.
2. Le directeur de l'entreprise souhaite que la probabilité de n'avoir aucun composant défectueux dans un lot de n composants soit supérieure à 0,85.
Il propose de former des lots de 11 composants au maximum. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

PARTIE C

Les coûts de fabrication des composants de cette entreprise sont de 15 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage 1, 12 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage 2 et 9 euros s'ils proviennent de la chaîne de montage 3.

Calculer le coût moyen de fabrication d'un composant pour cette entreprise.