On considère les fonctions f_k définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f_k(x) = x + k\mathrm{e}^{-x},$$

où k est un réel strictement positif.

1. On s'intéresse dans cette question au cas $k = 0,5$, donc à la fonction $f_{0,5}$ définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_{0,5}(x) = x + 0,5\mathrm{e}^{-x}.$$

   (a) Montrer que la dérivée de $f_{0,5}$, notée $f'_{0,5}$ vérifie $f'_{0,5}(x) = 1 - 0,5\mathrm{e}^{-x}$.

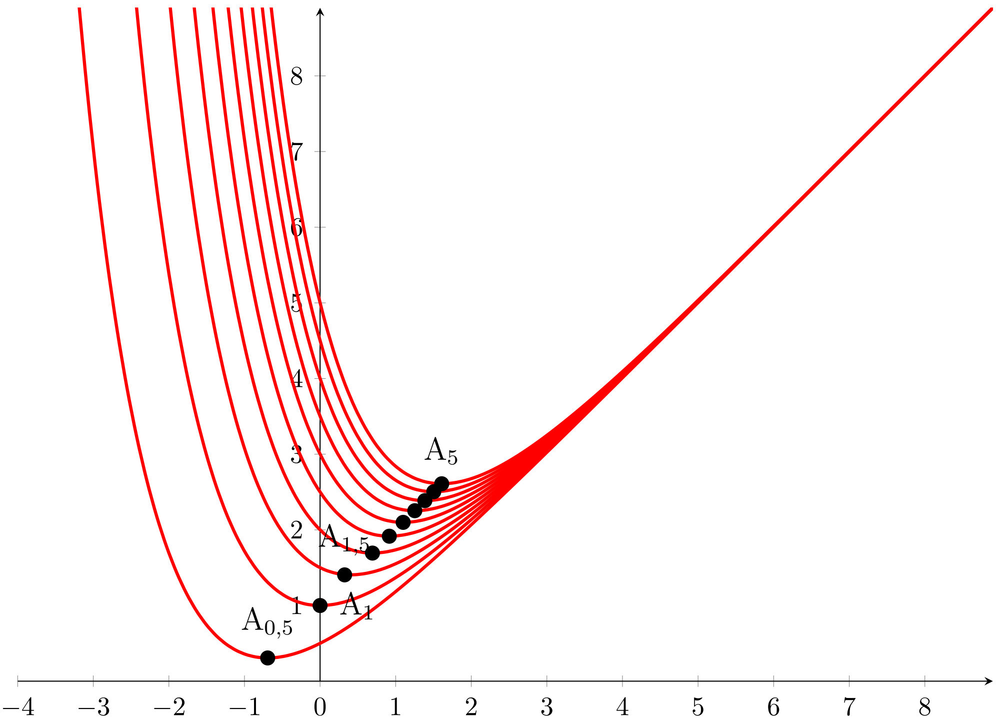
   (b) Montrer que la fonction $f_{0,5}$ admet un minimum en $\ln(0,5)$.

Soit k un réel strictement positif. On donne le tableau de variations de la fonction f_k.

Valeurs de x	$-\infty$	$\ln(k)$	$+\infty$
Variations de f_k	$+\infty$ ↘	$f_k(\ln k)$	↗ $+\infty$

2. Montrer que pour tout réel positif k, $f_k(\ln k) = \ln k + 1$.

On note $\mathcal{C}_k$ la courbe représentative de la fonction f_k dans un plan muni d'un repère orthonormé.
On note A_k le point de la courbe $\mathcal{C}_k$ d'abscisse $\ln k$.
On a représenté ci-dessous quelques courbes $\mathcal{C}_k$ pour différentes valeurs de k.



3. Indiquer si l'affirmation suivante est vraie ou fausse. Justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

   - **Affirmation :** Pour tout réel k strictement positif, les points $A_{0,5}$, A_1 et A_k sont alignés.