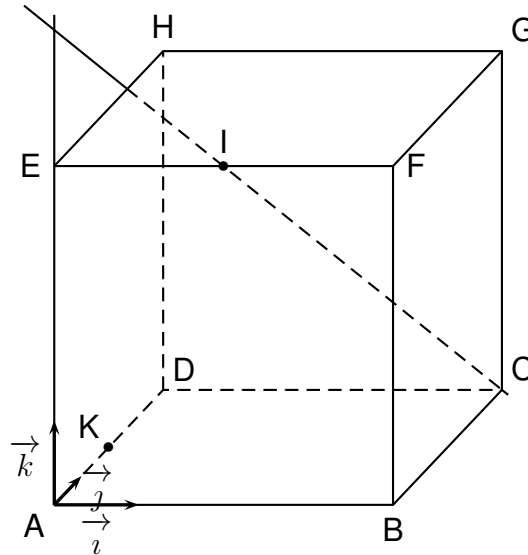


On considère un repère orthonormé $(A ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace dans lequel on place les points

$$B(4 ; 0 ; 0), \quad D(0 ; 4 ; 0), \quad E(0 ; 0 ; 4)$$

et les points C, F, G et H de sorte que le solide ABCDEFGH soit un cube.



1. Donner les coordonnées des points C, F, G et H.

2. On considère le point I milieu de l'arête [EF].

Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IC) est donnée par :

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 4t \\ z = 4 - 4t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}.$$

3. On désigne par \mathcal{P} le plan orthogonal à la droite (IC) passant par le point G, et par J l'intersection de \mathcal{P} avec (IC).

(a) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est donnée par :

$$x + 2y - 2z - 4 = 0.$$

(b) Justifier que J a pour coordonnées $\left(\frac{28}{9} ; \frac{20}{9} ; \frac{16}{9}\right)$.

Que représente J par rapport à C ?

(c) Vérifier que le point K(0 ; 2 ; 0) appartient au plan \mathcal{P} .

(d) Justifier que (BK) est l'intersection des plans \mathcal{P} et (ABC).

4. On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule $V = \frac{B \times h}{3}$, où B est l'aire d'une base et h la longueur de la hauteur relative à cette base.

(a) Déterminer le volume de la pyramide CBKG.

- (b) En déduire que l'aire du triangle BKG est égale à 12.
- (c) Justifier que la droite (BG) est incluse dans \mathcal{P} .
- (d) On note I' un point de l'arête [EF], et P' le plan orthogonal à la droite $(I' C)$ passant par G. Peut-on affirmer que la droite (BG) est incluse dans P' ?