

Une commune décide de remplacer le traditionnel feu d'artifice du 14 juillet par un spectacle de drones lumineux.

Pour le pilotage des drones, l'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dont l'unité est la centaine de mètres.

La position de chaque drone est modélisée par un point et chaque drone est envoyé d'un point de départ D de coordonnées $(2 ; 5 ; 1)$.

On souhaite former avec des drones des figures en les positionnant dans un même plan \mathcal{P} .

Trois drones sont positionnés aux points $A(-1 ; -1 ; 17)$, $B(4 ; -2 ; 4)$ et $C(1 ; -3 ; 7)$.

1. Justifier que les points A, B et C ne sont pas alignés.

Dans la suite, on note \mathcal{P} le plan (ABC) et on considère le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$.

2. (a) Justifier que \vec{n} est normal au plan (ABC).
 (b) Démontrer qu'une équation cartésienne du plan \mathcal{P} est $2x - 3y + z - 18 = 0$.
3. Le pilote des drones décide d'envoyer un quatrième drone en prenant comme trajectoire la droite d dont une représentation paramétrique est donnée par

$$d : \begin{cases} x = 3t + 2 \\ y = t + 5 \\ z = 4t + 1 \end{cases}, \text{ avec } t \in \mathbb{R}.$$

- (a) Déterminer un vecteur directeur de la droite d .
 (b) Afin que ce nouveau drone soit également placé dans le plan \mathcal{P} , déterminer par le calcul les coordonnées du point E, intersection de la droite d avec le plan \mathcal{P} .
4. Le pilote des drones décide d'envoyer un cinquième drone le long de la droite Δ qui passe par le point D et qui est perpendiculaire au plan \mathcal{P} . Ce cinquième drone est placé lui aussi dans le plan \mathcal{P} , soit à l'intersection entre la droite Δ et le plan \mathcal{P} . On admet que le point F(6 ; -1 ; 3) correspond à cet emplacement.

Démontrer que la distance entre le point de départ D et le plan \mathcal{P} vaut $2\sqrt{14}$ centaines de mètres.

5. L'organisatrice du spectacle demande au pilote d'envoyer un nouveau drone dans le plan (peu importe sa position dans le plan), toujours à partir du point D.

Sachant qu'il reste 40 secondes avant le début du spectacle et que le drone vole en trajectoire rectiligne à $18,6 \text{ m.s}^{-1}$, le nouveau drone peut-il arriver à temps ?