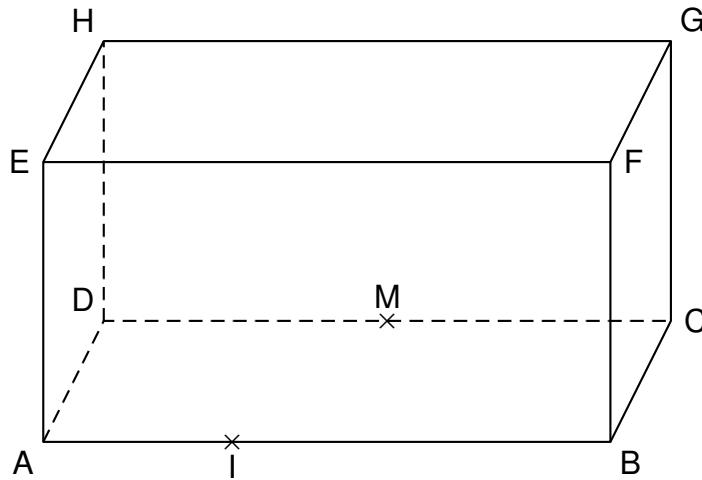


On considère le pavé droit ABCDEFGH tel que $AB = 3$ et $AD = AE = 1$ représenté ci-dessous.



On considère le point I du segment $[AB]$ tel que $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AI}$ et on appelle M le milieu du segment $[CD]$.
On se place dans le repère orthonormé $(A ; \overrightarrow{AI}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Sans justifier, donner les coordonnées des points F, H et M.

2. (a) Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (HMF).

(b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (HMF) est :

$$2x + 6y + 3z - 9 = 0.$$

(c) Le plan \mathcal{P} dont une équation cartésienne est $5x + 15y - 3z + 7 = 0$ est-il parallèle au plan (HMF) ? Justifier la réponse.

3. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (DG).

4. On appelle N le point d'intersection de la droite (DG) avec le plan (HMF).

Déterminer les coordonnées du point N.

5. Le point R de coordonnées $\left(3 ; \frac{1}{4} ; \frac{1}{2}\right)$ est-il le projeté orthogonal du point G sur le plan (HMF) ? Justifier la réponse.