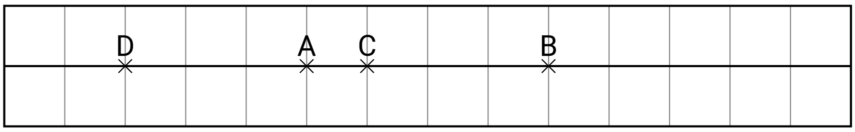
Exercice n°1 (Les questions sont indépendantes) (6 points)

1. Donner la définition de deux vecteurs non nuls colinéaires.
2. Soient A, B, C et D quatre points quelconques du plan. Justifier l'égalité vectorielle : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$.
3. On donne les points alignés A, B, C et D suivants :



(a) Compléter les égalités vectorielles suivantes :

$\overrightarrow{AC} = \ldots\overrightarrow{AB} \qquad \overrightarrow{AD} = \ldots\overrightarrow{AB} \qquad \overrightarrow{CB} = \ldots\overrightarrow{AD}$

(b) Placer les points E et I tels que : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

4. Dans un triangle ABC quelconque, on considère les points I milieu de [AB] et J milieu de [AC].

(a) Compléter :

- $\overrightarrow{AA} = \ldots\overrightarrow{AB} + \ldots\overrightarrow{AC}$, alors par définition $A(\ldots\,;\,\ldots)$ dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- $\overrightarrow{AB} = \ldots\overrightarrow{AB} + \ldots\overrightarrow{AC}$, alors par définition $B(\ldots\,;\,\ldots)$ dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
- $\overrightarrow{AC} = \ldots\overrightarrow{AB} + \ldots\overrightarrow{AC}$, alors par définition $C(\ldots\,;\,\ldots)$ dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.

(b) Calculer les coordonnées des milieux I de [AB] et J de [AC].

(c) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IJ}$.

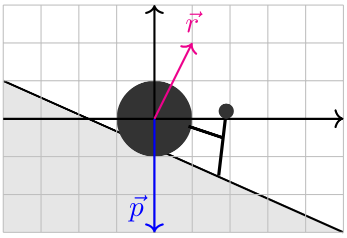
(d) Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont colinéaires. Que peut-on en déduire pour les droites (BC) et (IJ) ?

Exercice n°2 (4 points)

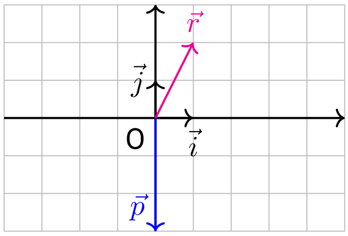
Lors d'une épreuve sportive, un candidat doit pousser un ballon géant sur une pente. On considère que trois forces, représentées en son centre, s'appliquent sur le ballon :

- le vecteur $\vec{p}$ représente le poids exercé sur le ballon ;
- le vecteur $\vec{r}$ représente la réaction du sol sur le ballon ;
- le vecteur $\vec{u}$ représentera la poussée exercée par le candidat sur le ballon.

Énoncé



Réponse à compléter



On souhaite déterminer le vecteur $\vec{u}$ représentant la poussée minimale du candidat pour que le ballon reste immobile.

Partie A : Par construction

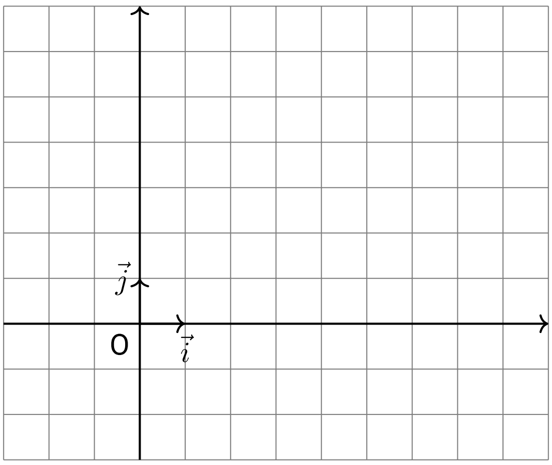
1. Construire sur le second graphique, le représentant d'origine O du vecteur somme $\vec{v} = \vec{p} + \vec{r}$, résultant du cumul des forces exercées naturellement sur le ballon.
2. En déduire la construction du vecteur $\vec{u}$ représentant la poussée que doit exercer le candidat pour que le système soit à l'équilibre, c'est-à-dire tel que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$.

Partie B : Par calcul

1. Donner par lectures graphiques, les coordonnées des vecteurs $\vec{p}$ et $\vec{r}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$.
2. Déterminer par le calcul, les coordonnées du vecteur somme $\vec{v} = \vec{p} + \vec{r}$.
3. En déduire les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ tel que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{0}$. (Expliquer)

Exercice n°3 (6 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points A(-1; 1), B(1; -2), C(7; 2) et D(5; 5).



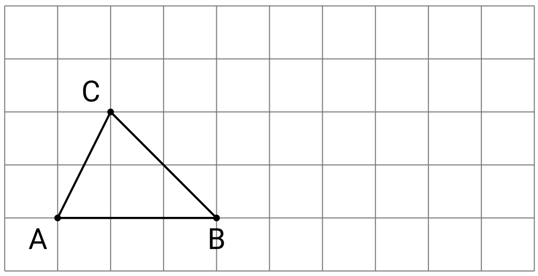
1. Placer les points A, B, C et D dans le repère ci-dessus.
2. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$.

3. Justifier que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
4. Calculer les distances AB et BC.
5. On donne $AC = \sqrt{65}$. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
6. En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice n°4 (5 points)

Soit ABC un triangle quelconque. On considère les points I et J définis par :

$$\overrightarrow{CI} = 2\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}.$$



1. Placer les points I et J sur le graphique.
2. Après avoir justifié que $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CI}$, montrer que $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
3. (a) À l'aide de la relation de Chasles et de l'énoncé, montrer que $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

   (b) En appliquant la relation de Chasles au vecteur $\overrightarrow{BC}$, en déduire que $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.
4. Déterminer le réel k tel que $\overrightarrow{AI} = k \times \overrightarrow{AJ}$.
5. Que peut-on dire des points A, I et J ? (Justifier)