Exercice 1

Simplification des expressions vectorielles à l'aide de la relation de Chasles :

1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{AA} = \boxed{\vec{0}}$

2. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) = -\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \boxed{\overrightarrow{AD}}$

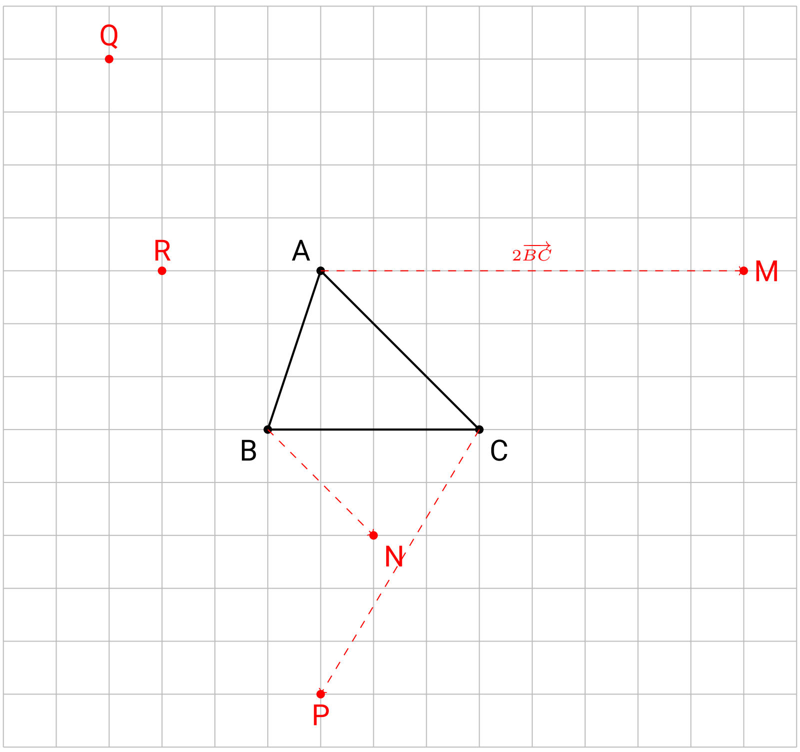
3. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} = \vec{0} + \overrightarrow{AB} = \boxed{\overrightarrow{AB}}$

4. $\overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{BC} - 2\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{BC} = \boxed{\overrightarrow{CB}}$

5. $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{AB} - (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = \boxed{3\overrightarrow{AB}}$

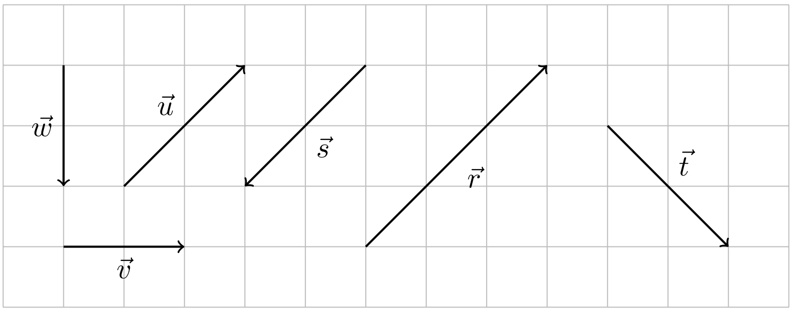
Exercice 2

Construction des points M, N, P, Q, R.



Exercice 3

Analyse par rapport au vecteur $\vec{u}$ (qui avance de 2 carreaux vers la droite et monte de 2 carreaux).



Par rapport à $\vec{u}$	Même direction	Même sens	Même longueur
$\vec{v}$	Non	Non	Non
$\vec{w}$	Non	Non	Non
$\vec{r}$	**OUI**	**OUI**	Non
$\vec{s}$	**OUI**	Non	**OUI**
$\vec{t}$	Non	Non	**OUI**

Exercice 4

On considère la figure où $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CN} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$.

1. **Expression de $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AC}$:**

   D'après la relation de Chasles :
$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CN}$$

   On remplace $\overrightarrow{CN}$ par l'expression donnée dans l'énoncé :
$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$$

   Or, $\overrightarrow{CA} = -\overrightarrow{AC}$. Donc :
$$\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC} = \left(1 - \frac{1}{4}\right)\overrightarrow{AC}$$
$$\boxed{\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}}$$

2. **Expression de $\overrightarrow{MN}$ et propriété :**

Utilisons la relation de Chasles pour décomposer $\overrightarrow{MN}$ en passant par A :

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$$

- On sait que $\overrightarrow{AM} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$, donc $\overrightarrow{MA} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.
- On vient de trouver que $\overrightarrow{AN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$.

En remplaçant :

$$\overrightarrow{MN} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$$

On factorise par $\frac{3}{4}$:

$$\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\left(-\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right) = \frac{3}{4}\left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)$$

D'après la relation de Chasles ($\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$), on obtient :

$$\boxed{\overrightarrow{MN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}}$$

Conclusion géométrique :
Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires (proportionnels). Cela signifie que les droites (MN) et (BC) sont **parallèles**.