Calculatrice interdite

Exercice 1

7,5 points

1) Pour chacune des fonctions suivantes, définies et dérivables sur $\mathbb{R}$, calculer la dérivée et donner le résultat sous forme factorisée.

a. $f(x) = \mathrm{e}^{3x-1}$

b. $g(x) = \left(x^2 - 4x\right)^2$

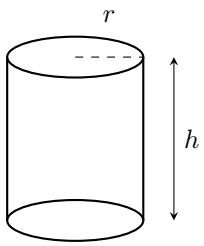
c. $h(x) = x\,\mathrm{e}^{-2x}$

2) Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $\dfrac{1}{3}$.

Exercice 2

12,5 points

Une conserverie fabrique des boîtes cylindriques fermées (un fond et un couvercle) de volume 250π cm^3, soit environ 785 mL. On note r le rayon et h la hauteur de la boîte, en cm. La quantité de métal utilisée est mesurée par l'aire totale de la boîte : fond, couvercle et surface latérale.
Rappels : volume d'un cylindre $V = \pi r^2 h$; aire latérale $\mathcal{A}_\ell = 2\pi r h$.



1) Montrer que $h = \dfrac{250}{r^2}$.

2) En déduire que l'aire totale de la boîte, en cm^2, est $A(r) = 2\pi r^2 + \dfrac{500\pi}{r}$. On étudie A sur $[1\,;10]$.

3) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (valeurs exactes, en fonction de π).

r	1	2	5	10
$A(r)$				

4) Montrer que, pour tout $r \in [1\,;10]$, $A'(r) = \dfrac{4\pi\left(r^3 - 125\right)}{r^2}$.

5) Étudier le signe de $r^3 - 125$ sur $[1\,;10]$, puis dresser le tableau de variations de A sur $[1\,;10]$.

6) En déduire les dimensions r et h de la boîte qui utilise le moins de métal. Que remarque-t-on en comparant la hauteur et le diamètre de cette boîte ?