Calculatrice autorisée (mode examen)
Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans l'ordre de son choix ; un résultat non démontré peut être admis pour la suite.

Exercice 1 — Deux suites géométriques

3 points

1) On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_n = 250 \times 1{,}04^n$.

- **a.** Calculer u_0 et u_1, puis u_3 arrondi au centième.
- **b.** Justifier que la suite (u_n) est géométrique et donner son sens de variation.
- **c.** Déterminer la limite de la suite (u_n).

2) On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 80$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = 0{,}6\, v_n$.

- **a.** Exprimer v_n en fonction de n et calculer v_3.
- **b.** Déterminer la limite de la suite (v_n).
- **c.** En déduire la limite de la suite (t_n) définie pour tout entier naturel n par $t_n = 100 - v_n$.

Exercice 2 — Une forêt gérée

2,5 points

Une forêt compte $5\,000$ arbres au 1er janvier 2026. Chaque année, l'exploitant abat $4\,\%$ des arbres présents, puis plante 150 jeunes arbres. On note a_n le nombre d'arbres de la forêt au 1er janvier de l'année $2026 + n$; ainsi $a_0 = 5\,000$.

1) Calculer a_1 et a_2 (arrondir à l'unité si nécessaire).

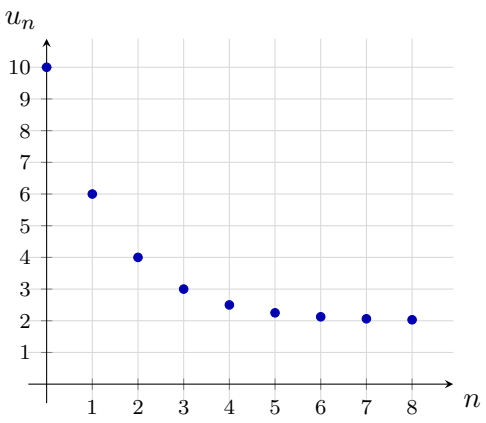
2) Justifier que, pour tout entier naturel n, $a_{n+1} = 0{,}96\, a_n + 150$.

3) La suite (a_n) est-elle géométrique ? Justifier.

Exercice 3 — Lecture d'un nuage de termes

3 points

On a représenté ci-contre les neuf premiers termes d'une suite (u_n) : pour chaque entier n de 0 à 8, le point de coordonnées $(n\,;u_n)$.



1) Lire u_0, u_1 et u_2.

2) Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) et sa limite.

3) La suite (u_n) peut-elle être géométrique ? Justifier à l'aide des trois premiers termes.

4) On admet que, pour tout entier naturel n, $u_n = 2 + 8 \times 0{,}5^n$. Vérifier la valeur de u_2, puis déterminer par le calcul la limite de la suite (u_n).

Exercice 4 — Un étang de truites

4 points

Un pisciculteur introduit 200 truites dans un étang qui peut en accueillir au plus 800. On note N_t le nombre de truites, **en centaines**, au bout de t mois ; ainsi $N_0 = 2$. On admet que, pour tout entier naturel t, $N_{t+1} = N_t + 0{,}1\,N_t\,(8 - N_t)$ (modèle de Verhulst).

1) Recopier et compléter la fonction `truites` ci-contre pour qu'elle renvoie N_n.

2) Que renvoie l'appel `truites(1)` ? Le vérifier par un calcul et interpréter dans le contexte.

3) Recopier et compléter la fonction `seuil` ci-contre pour qu'elle renvoie le plus petit entier t tel que $N_t \geqslant 7{,}5$. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, la valeur renvoyée.

4) Comment semble évoluer le nombre de truites au fil des mois ? Interpréter la valeur 8 dans le contexte.

```
def truites(n):
    N = 2
    for i in range(...):
        N = ...
    return N
```

```
def seuil():
    N = 2
    t = 0
    while ... :
        N = N + 0.1*N*(8-N)
        t = ...
    return t
```

Exercice 5 — La décrue d'une épidémie

5 points

Chaque hiver, les médecins du réseau de surveillance comptent les nouveaux cas hebdomadaires de gastro-entérite. Lors du pic d'une épidémie, $2\,400$ nouveaux cas ont été recensés dans une région au cours d'une semaine, que l'on appelle semaine 0. On suppose ensuite que **le nombre de nouveaux cas diminue de $15\,\%$ chaque semaine**. On note c_n le nombre de nouveaux cas de la semaine n ; ainsi $c_0 = 2\,400$.

1) Calculer c_1 et c_2.

2) Justifier que la suite (c_n) est géométrique et exprimer c_n en fonction de n.

3) Calculer le nombre de nouveaux cas de la semaine 4, arrondi à l'unité.

4) Déterminer la limite de la suite (c_n) et l'interpréter dans le contexte.

5) L'épidémie est déclarée terminée la première semaine où le nombre de nouveaux cas est strictement inférieur à 100. Écrire l'inéquation que doit vérifier n, puis déterminer à l'aide de la calculatrice la semaine où l'épidémie est déclarée terminée.

6) Un journal annonce : « au rythme actuel, il faudra encore plus de six mois pour que l'épidémie soit terminée ». Cette affirmation est-elle compatible avec le modèle ? Justifier.

Exercice 6 — Limites et seuils

2,5 points

1) Déterminer, en justifiant, les limites des suites (a_n) et (b_n) définies pour tout entier naturel n par $a_n = 3 \times 1{,}25^n$ et $b_n = 2 - 4 \times 0{,}7^n$.

2) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le plus petit entier naturel n tel que $0{,}7^n < 0{,}01$.

3) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, le plus petit entier naturel n tel que $1{,}25^n > 1\,000$.