Calculatrice autorisée

Exercice 1

4 points

Dans chaque cas, une seule réponse est correcte. Recopier sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1) On considère, pour tout nombre réel m, l'équation d'inconnue réelle x : $mx^2+3x+4=0$. Cette équation admet deux solutions lorsque :		
A. $m \in]-\infty\,;\,0[\cup]0\,;\,\frac{9}{16}[$	**B.** $m \in]-\infty\,;\,\frac{9}{4}[$	**C.** $m \in]\frac{3}{4}\,;\,+\infty[$
2) L'expression $100x^2-1$ est strictement positive :		
A. pour tout réel x	**B.** sur $]0\,;\,+\infty[$	**C.** sur $]-\infty\,;\,-0{,}1[\cup]0{,}1\,;\,+\infty[$
3) La suite u est définie, pour tout entier naturel n, par $u_n=4n^2-5n+2$. L'expression de u_{n+1} est :		
A. $4n^2-5n+1$	**B.** $4n^2-5n+3$	**C.** $4n^2+3n+1$
4) Soient a et b deux réels positifs distincts. On a :		
A. $\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$	**B.** $\dfrac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$	**C.** $\dfrac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a+b}$
5) Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et h un réel non nul. Le taux de variation $\tau(h)$ de f entre 1 et $1+h$ est égal à :		
A. $\dfrac{f(1+h)+f(1)}{h}$	**B.** $\dfrac{f(1+h)-f(1)}{h}$	**C.** $f'(1)$

Exercice 2

4 points

1) On considère la fonction $f : x \mapsto 2x^2-x+1$, définie sur $\mathbb{R}$.
En étudiant le taux de variation de f entre 1 et $1+h$, dire si f admet un nombre dérivé en 1 et, le cas échéant, le calculer.

2) On considère la fonction $g : x \mapsto \dfrac{6}{x}$, définie sur $\mathbb{R}^*$.
Par la même méthode, entre 3 et $3+h$, dire si g admet un nombre dérivé en 3 et, le cas échéant, le calculer.

Exercice 3

7 points

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A

Déterminer le sens de variation des suites suivantes, définies pour tout entier naturel n :

1) $u_n=n^2+3n$;

2) $v_n=2-1{,}5^n$;

3) $\begin{cases} p_0=3 \\ p_{n+1}=p_n+n^2+n+1 \end{cases}$

Partie B

Un jardin est envahi de chardons. Un dimanche, ceux-ci couvrent 300 m^2 de pelouse. Puis, chaque semaine, la surface envahie par les chardons augmente :

- de $4\,\%$ par prolifération des racines ;
- de 13 m^2 à cause des graines envolées.

Pour tout entier naturel n, on note u_n l'aire de la pelouse, en mètre carré, envahie par les chardons au bout de n semaines.

1) Déterminer l'aire de la pelouse envahie par les chardons au bout d'une semaine, puis de deux semaines.

2) Justifier que, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}04\,u_n + 13$.

3) Recopier et compléter la fonction suivante pour qu'elle renvoie le terme de rang n de la suite (u_n).

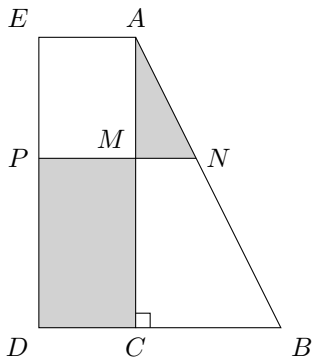
```
def aire(n):
    U = ...
    for i in range(1, n+1):
        U = ...
    return ...
```

4) Donner la surface couverte au bout de 10 semaines.

Exercice 4

5 points

Sur la figure ci-contre, $ACDE$ est un rectangle et ABC un triangle rectangle en C, avec $AC = 12$ cm, $CD = 4$ cm et $BC = 6$ cm.
Un point M se déplace sur le segment $[AC]$; on pose $x = AM$, en cm. La parallèle à (CB) passant par M rencontre la droite (AB) en N et la droite (DE) en P.
On s'intéresse à l'aire $\mathcal{A}(x)$, en cm^2, de la surface grisée : la réunion du triangle AMN et du rectangle $MCDP$.



1) **a.** Établir que, pour tout x admissible, $\mathcal{A}(x) = \dfrac{1}{4}x^2 - 4x + 48$.

b. Préciser l'intervalle sur lequel la fonction $\mathcal{A}$ est définie.

2) **a.** Construire le tableau de variations de $\mathcal{A}$. Où faut-il placer le point M pour que l'aire grisée soit la plus petite possible ?

b. Trouver, par le calcul, toutes les positions de M qui donnent une aire grisée de 33 cm^2.