Calculatrice autorisée

Exercice 1

3,5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 10$.

1) Montrer que $f'(5) = 9$.

2) Donner l'équation réduite de la tangente T à la courbe représentative de f au point A d'abscisse 5.

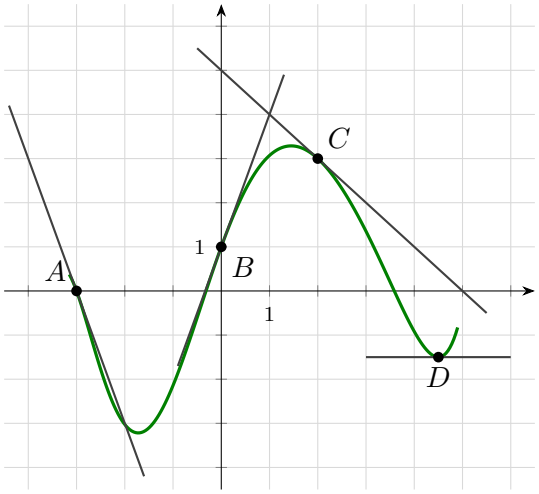
3) Le point R de coordonnées $(100\,;\,-905)$ appartient-il à cette tangente ?

Exercice 2

1,5 point

La courbe ci-contre représente une fonction g, ainsi que ses tangentes aux points A, B, C et D d'abscisses respectives -3, 0, 2 et $4{,}5$.

Par lecture graphique et sans justification, donner les valeurs de $g'(0)$, $g'(2)$, $g'(-3)$ et $g'(4{,}5)$.



Exercice 3

2,5 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x^2$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = -\dfrac{1}{x}$. On note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g dans un repère orthonormé.

Démontrer que les tangentes à $\mathcal{C}_f$ et à $\mathcal{C}_g$ en leurs points d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ sont parallèles.

Exercice 4

3,5 points

Pour chacune des cinq affirmations suivantes, indiquer **si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.** Les affirmations sont indépendantes.

1) On considère les points $A(5\,;\,-3)$, $B(-2\,;\,-3)$, $L(8\,;\,-9)$ et $R(2\,;\,-1)$. Les droites (AL) et (BR) sont perpendiculaires.

2) Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\|\vec{u}\| = 4$, $\|\vec{v}\| = 6$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$. On a : $\|\vec{u} - \vec{v}\| = 2\sqrt{14}$.

3) La fonction f définie sur $[-1\,;\,4]$ par $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$ est dérivable en 0 et $f'(0) = -\dfrac{1}{2}$.

4) La fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ est dérivable en 2 et $f'(2) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

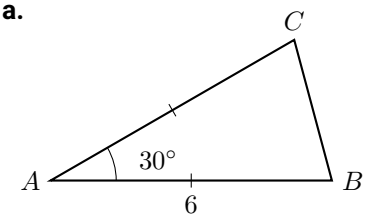
5) Pour $m = -10$, les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 2-m \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 4m \\ -m \end{pmatrix}$ sont orthogonaux.

Exercice 5

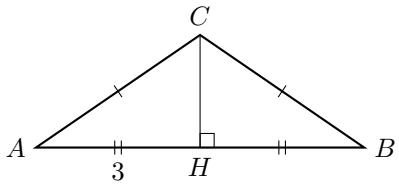
5 points

En utilisant l'expression du produit scalaire la plus adaptée, calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ dans chacun des cas suivants.

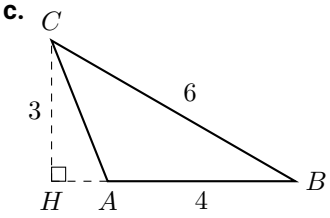
a.



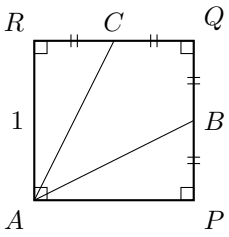
b.



c.



d.



Dans la figure ***d.****,* $APQR$ *est un carré de côté* 1*,* C *est le milieu de* $[RQ]$ *et* B *celui de* $[QP]$*. Dans la figure* ***c.****,* H *est le projeté orthogonal de* C *sur la droite* (AB)*.*

Exercice 6

4 points

Soit $ABCD$ un rectangle de longueur $AB = 5$ et de largeur $AD = 2$. Soit M un point du segment $[AB]$, distinct de A, tel que $AM = x$.

1) Montrer que $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{AC} = 4 - 5x$. On pourra s'aider de la relation de Chasles.

2) Pour quelle valeur de x les droites (MD) et (AC) sont-elles perpendiculaires ?

3) Montrer que $\overrightarrow{MD} \cdot \overrightarrow{MC} = x^2 - 5x + 4$. On pourra s'aider de la relation de Chasles.

4) Pour quelle(s) valeur(s) de x le triangle MCD est-il rectangle en M ?